A

Aceleración y caída de los graves en Oresme. Sobre la inaplicabilidad del teorema de la velocidad media (Parte I)

Autor:
Daniel A. Di Liscia

Revista:
Patristica et Mediævalia

1992, 13, 61-84

Artículo

Patristica et Mediaevalia, XIII (1992)

ACELERACION Y CAIDA DE LOS GRAVES EN ORESME

Sobre la inaplicabilidad del teorema de la velocidad media

(Parte I)

DANIEL A. DI LISCIA *

Los análisis del movimiento llevados a cabo en el siglo XIV constituyen un capítulo central en la historia de la conceptualización físico-matemática de la caída de los cuerpos. A partir de Bradwardine y sus seguidores del Colegio Merton se tornó usual el doble enfoque cuantitativo *quoad causas* y *quoad effectus* de la velocidad. El primero estudiaba los factores dinámicos —"fuerzas" y resistencias— necesarios para producir el movi-

* Centro de Estudios de Filosofía Medieval. CONICET. Beca de perfeccionamiento.

El presente trabajo constituye una versión retocada de la comunicación presentada bajo el título *Some Problems On Acceleration In Oresme and Their Possibles Implications* en el *2. Postgraduierten Seminar* organizado por la *Foundation for Intellectual History* (Alemania, Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek, 31-8/14-9 de 1992) sobre *Die Methode in Aristoteles Kommentaren des 16. Jahrhunderts*. Agradezco al Dr. Ranea por su lectura crítica de los informes de investigación que condujeron a mi ponencia. En la persona de su vicepresidente y organizador del encuentro, Prof. Dr. Eckhard Kessler, quisiera agradecer a la Foundation for Intellectual History y a los participantes del Seminario por las valiosas observaciones aportadas. Estoy especialmente agradecido al Prof. Dr. William Wallace, quien se mostró en todo momento dispuesto a discutir conmigo esta cuestión, a pesar de la notable diferencia de jerarquía y de que mi punto de vista es bastante distinto del que él ha sostenido con erudición en varios trabajos. Por supuesto, ninguno de los mencionados es responsable de los errores que este artículo pudiera contener.

miento local y para dar cuenta consistentemente de los aumentos y disminuciones de velocidad. El segundo estudiaba los resultados espaciotemporales —los "efectos"— de la velocidad. Por la misma época, Buridán proponía mediante su "teoría del *impetus*" un nuevo análisis del movimiento de los proyectiles, con importantes consecuencias para la doctrina del movimiento natural de los graves.

Nicolás de Oresme representa en cierta forma una síntesis de ambos movimientos pues sostuvo, aunque de manera muy peculiar, la teoría del *impetus*; empleó y además estudió matemáticamente la llamada "ley de Bradwardine" y, lo que se ha llegado a considerar su legado fundamental, desarrolló las *configurationes* o representaciones geométricas de las cualidades y movimientos. Así, pues, se podría decir que cultivó todos los campos del estudio cuantitativo del movimiento, manifestando siempre un elevado grado de interés y dominio en el empleo de las matemáticas.

Entre otras virtudes, las *configurationes* contribuyeron a una más rigurosa conceptualización del conjunto de problemas que constituían el análisis *quoad effectus* del movimiento, tales como la noción de aceleración (*velocitatio*) y de los distintos procesos de *intensio et remissio formarum*. Según se entiende comúnmente, esta conceptualización alcanzó uno de sus puntos más logrados en la versión geométrica presentada por Oresme del llamado "teorema de la velocidad media" o del "grado medio" [1].

La similitud, al menos formal, entre esta proposición y el teorema análogo demostrado por Galileo en los *Discorsi* resultó desde los estudios de Duhem un capítulo central y particularmente polémico sobre la conexión conceptual entre ambos pensadores, constituyéndose muchas veces como el personaje más visible de una escena bastante nebulosa cuyo telón de fondo era el verdadero tema de discusión. Atrás del teorema se podía ver la física moderna —sea de hecho o de manera germinal—, o el aristote-

[1] En adelante me referiré así a esta demostración, también llamada por otros "teorema de Merton", "regla de Merton", "ley del grado medio", etc. La referencia será la misma cuando diga "teorema" sin otras aclaraciones. Para su desarrollo histórico, cf. M. Clagett, *The Science of Mechanics in the Middle Ages*, Madison, University of Wisconsin Press, 1959 (Part II, "Medieval Kinematics", pp. 163-418). Coincido con Drake en que el "teorema" de la velocidad media no es en rigor un teorema; pero no estoy de acuerdo en que sea un postulado. De hecho, y sería una diferencia más para anotar con Galileo, la demostración de Oresme no se encuentra en el contexto de una estructura axiomática (cf. S. Drake, *History of Free Fall. Aristotle to Galileo. With an Epilogue on in the Sky*, Toronto, Wall & Thompson, 1989, p. 17).

lismo —aunque, por cierto, con algunas modificaciones secundarias—, u "otra física" conocida como "dinámica del *impetus*". En cualquier caso, una determinada pintura del telón arrastraba necesariamente ciertos gestos y ciertos significados en las expresiones del personaje central. El estudio del teorema a la luz de su telón histórico-filosófico, permitió sin dudas una mejor apreciación del conjunto de los problemas a los que es menester recurrir para indagar su significación; pero las razones de contexto liberaron la posibilidad de —cuando fuera conveniente— introducir un *Deus ex machina* en escena.

Cualquiera sea la semejanza que se quiera establecer entre esta proposición y la análoga de Galileo, lo cierto es que este último la refiere inequívocamente a la *caída de los graves*, mientras que en Oresme ella permanece como un mero cálculo *secundum imaginationem* [2].

El empleo de la imaginación como una nueva categoría epistemológica es generalizado en el siglo XIV y, aunque no exclusivamente, deriva en gran medida del Edicto antideterminista de E. Tempier (1277) [3]. Ella reviste por un lado un carácter

[2] Esto no quiere decir que Galileo refiera su demostración únicamente a la caída de los graves. Cf. *Le Opere di Galileo Galilei* (ed. A. Favaro), Firenze, vol. VIII, 1989, pp. 208-9. El teorema es general para todo movimiento uniformemente acelerado, del cual la caída de los graves es el caso bajo estudio. Por razones de espacio nos vemos obligados a omitir las diferencias y los puntos de contacto de Galileo con la tradición medieval. Para un estudio detallado del teorema en Galileo y los mertonenses, con esporádicas referencias a Oresme, cf. E. Sylla, "Galileo and the Oxford *Calculatores*: Analytical Languages and the Mean-Speed Theorem for Accelerated Motion", en *Reinterpreting Galileo* (ed. W. Wallace), Washington D.C., The Catholic University of America Press (Studies in Philosophy and the History of Philosophy, vol. 15), 1986, pp. 53-108.

[3] El tratamiento que merece el problema de la imaginación en el siglo XIV, y especialmente en Oresme, nos llevaría muy lejos de los límites de este trabajo. Como casi toda cuestión relativa a la física del siglo XIV, el análisis de la *imaginatio* y de la geometría *secundum imaginationem* podría remontarse a los escritos pioneros de Duhem. En la esperanza de abordar ampliamente esta cuestión en otra oportunidad, me limitaré ahora a ofrecer algunas indicaciones bibliográficas más actuales, en las cuales el lector podrá encontrar todavía otras: J. E. Murdoch, "Pierre Duhem and the History of Late Medieval Science and Philosophy in the Latin West", en *Gli Studi di Filosofia Medievale fra Otto e Novecento* (eds. R. Imbach y A. Maierù), Roma, Edizioni di Storia e Letteratura, 1991, pp. 253-302 (cf. especialmente los puntos 3. 'Investigating *secundum imaginationem*' y 4. 'The application of mathematics', pp. 291-9). En relación a la astronomía como cuerpo de proposiciones hipotéticas enunciadas a fin de "salvar los fenómenos", cf. E. Grant, "Late Medieval Thought, Copernicus and the Scientific Revolution", en *Journal of the*

positivo, pues permitió concebir al menos como posible una serie de ideas ajenas en principio al determinismo aristotélico. Mediante el recurso de la imaginación y la *potentia absoluta Dei* se consideró posible —para mencionar algunos ejemplos— la pluralidad de mundos, el vacío extracósmico, y la rotación diaria de la Tierra. Pero la imaginación encerraba también un carácter negativo, pues nada de lo imaginado era de suyo real y, las más de las veces, era tan sólo imaginado como un simple ejercicio intelectual. Además de esto, se acostumbra a señalar el fuerte influjo del nominalismo del siglo XIV como una corriente que derivaba en una suerte de escepticismo en las distintas áreas del conocimiento [4]. En este sentido, la geometría poseía también

---

History of Ideas 23 (1962), pp. 197-220. Más breve, pero siempre interesante, E. Grant, "Medieval Departures from Aristotelian Natural Philosophy", en *Studies in Medieval Natural Philosophy* (ed. S. Caroti; introd. J. E. Murdoch), Firenze, Olschki, Biblioteca di Nuncius, studi e testi 1, 1989; (cf. especialmente '5. The Mathematization of Real and Imaginary Phenomena', pp. 251-3). El mismo volumen contiene además un trabajo destacable de H. Hugonnard-Roche que incorpora nuevas fuentes al estudio de Oresme: "Analyse sémantique et analyse secundum imaginationem dans la physique parisienne au XIVe siècle" (pp. 133-53). Sobre la base del estudio de la categoría de "lo imposible", el autor acepta la atribución a Oresme de las *Quaestiones* sobre la *Física* contenidas en el MS. Erfurt BA F (ff. 1 vb - 45 rb), defendida por Markowski en "Les quaestiones super-I-VIII Libros physicorum Aristotelis de Nicolas de Oresme retrouvées?", en *Mediaevalia Philosophica Polonorum* 26 (1982), pp. 19-41, sin por ello dejar de aceptar la atribución de las *Questiones super septem libros physicorum* establecida por Guy Beaujouan ("Manuscrits scientifiques médiévaux de la Bibliothèque Colombine de Séville", en *Proceedings of the Tenth International Congress of the History of Science*, vol. I, Paris [1964], pp. 631-4). Sin ánimo de desmerecer el excelente trabajo de Hugonnard-Roche, quisiera observar solamente que el examen de la lógica, la filosofía del lenguaje y los problemas epistemológicos vinculados a ella dentro del campo de la filosofía natural, transcurren por el carril normal cuando nos abocamos al estudio de, por ejemplo, Ockham, Buridán, Alberto de Sajonia y Marsilio de Inghen, todos ellos autores de textos *de lógica* que manifestaron interés en esta disciplina no sólo como cuerpo de saber autónomo sino también como propedéutica para las demás ciencias. Pero las dificultades sobrevienen enseguida con Oresme, pues no se sabe hasta ahora que él hubiera escrito nada de lógica *sensu stricto*. Con esta salvedad es posible, y por supuesto digno de llevarse a cabo, un estudio de la "lógica subyacente" en la filosofía natural de Oresme.

[4] Nuestra observación al final de la nota anterior, dificulta incluso la atribución del mote de "nominalista" al Obispo de Lisieux. Oresme no sólo no escribió sobre lógica, sino que nos atreveríamos a decir que su pensamiento reviste un carácer más matemático que lógico. Aunque "nominalismo" sea una caracterización filosófica que hoy excede el marco de la lógica, hay que aclarar que históricamente "nominalismo" remite al estudio del *nomen* y a una tesis particular que tiene su origen y buena

fuertes condicionamientos epistemológicos para poder constituirse como un discurso legítimo sobre la realidad natural.

Partiendo de este contexto, parece desprenderse naturalmente que las *configurationes* empleadas en el teorema de la velocidad media —las cuales involucran dos nociones esenciales para la determinación de la caída de los cuerpos, a saber la proporcionalidad de la velocidad con el tiempo y el aumento uniforme de la velocidad —no habrían sido aplicadas por Oresme a la caída de los cuerpos porque son meramente *secundum imaginationem,* i.e. cálculos un tanto sofisticados mediante el empleo de una geometría que abarca el "mundo de lo posible" pero jamás se refiere al comportamiento *real* de los cuerpos, tales como la aceleración que efectivamente tiene lugar en la caída libre [5].

En el presente trabajo me propongo explicar esta no-aplicación del teorema de la velocidad media a la caída de los cuerpos independientemente del problema de la *imaginatio* como categoría epistemológica que permite afirmaciones posibles pero no comprometidas con el mundo real. La imaginación ha jugado un importante papel en el contexto del problema, pero no da cuenta

parte de su desarrollo dentro de la historia de la lógica medieval: los nombres universales no tienen existencia *extra animam.* Esto, por cierto, arrastra importantes consecuencias en todos los ámbitos del conocimiento. De modo general se ha visto la no-aplicación de las matemáticas a la naturaleza (caso ejemplar: el teorema de la velocidad media a la caída de los graves), como una extensión del nominalismo e incluso escepticismo dominante en el siglo XIV, cuyos postulados filosóficos abortaban la aplicación de categorías al mundo real, encerrando importantes resultados dentro del plano mental de los meros conceptos o incluso del puro lenguaje (para el escepticismo en el siglo XIV, cf. los estudios de K. Michalski, recogidos por Kurt Flash bajo el título *La philosophie au XIVᵉ siècle. Six Etudes,* Frankfurt, Minerva GMBH, 1969; para el escepticismo de Oresme cf. S. Caroti, "*Mirabilia,* scetticismo e filosofia della natura nei *Quodlibeta* di Nicole Oresme", en *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze* [1984] 31, pp. 3-19).

[5] Difícilmente se pueda encontrar una afirmación que exprese esto de modo tan definitivo, pero el lector que frecuenta esta temática podrá coincidir —así espero— en que éste es el enfoque tradicional mantenido bajo distintos puntos de vista en diferentes estudios. Aquellos que, por el contrario, entiendan que no hay problema alguno *secundum imaginationem* y que las *configurationes* podían ser aplicadas a la naturaleza sin inhibiciones epistemológicas de ningún carácter, deberán explicar por qué efectivamente ello no tuvo lugar en la caída de los cuerpos. En este sentido, conviene aclarar que nosotros aceptamos aquí los condicionamientos generales de la "epistemología *secundum imaginationem*", pero en el caso de la no aplicación del teorema de la velocidad media a la caída de los cuerpos parece una apelación a "causas remotas" para algo que se puede (y por tanto, sería preferible) explicar por otras "cercanas".

del problema mismo, pues no se trata de un teorema cuya aplicación sería posible con otra epistemología (por ejemplo, con una epistemología "realista") sino, antes bien, de un teorema inaplicable con cualquier epistemología [6]. Más precisamente, defenderé la opinión de que no son razones de tipo epistemológico (en este caso vinculadas al carácter meramente "imaginativo" de las afirmaciones) lo que bloquea en Oresme la aplicación de las *configurationes* a la caída real de los cuerpos sino, en cambio, razones estrictamente físico-matemáticas. De manera contrafáctica podría resumir mi tesis de la siguiente manera: mediante el estudio de la noción de aceleración en Oresme podemos concluir que las *configurationes* del teorema en cuestión tampoco hubieran sido aplicadas a la caída de los cuerpos *incluso si ellas no hubieran sido establecidas secundum imaginationem*. Como tesis fuerte, que afirmaré con mayor prudencia, sostendré que la dinámica empleada para explicar el comportamiento de los graves en descenso no implica necesariamente una noción uniforme de aceleración. Intentaré aún mostrar que, aunque ello fuera así, i.e. aunque nos viéramos compelidos a aceptar que para Oresme la velocidad de un grave en descenso aumenta uniformemente, todavía persisten los problemas físico-matemáticos para que la aplicación del teorema sea posible. Como tesis más débil pero suficiente para mi propósito y que, por tanto, afirmaré con mayor énfasis, sostendré que al menos podría decirse que la dinámica empleada para dar cuenta de la aceleración en la caída libre está lejos de proveer una noción "simple" de aceleración, característica ésta presente en la aceleración descripta en las *configurationes*.

Ordenaré mi exposición procediendo primero a un breve análisis de la aceleración tal como ella es estudiada por Oresme mediante el empleo de las *configurationes*, luego me referiré a

[6] La *epistemología* como disciplina filosófica independiente no existió en la Edad Media. Lo que hoy entendemos por ella estaría comprendido —haciendo las concesiones del caso— por un conjunto de problemas que tan solo parcial y fragmentariamente podríamos encontrar en los comentarios a los textos naturales de Aristóteles (incluyendo dentro de ellos el *De anima*) y, especialmente, en los *Analíticos Posteriores*. No obstante, puede emplearse con la precaución debida el término "epistemología" y sus derivados para significar en sentido amplio el conjunto de cuestiones que regulan el carácter "científico" de ciertas afirmaciones. Naturalmente, la cuestión central es qué significa aquí "científico". Lo que se entienda por ello distinguirá en cada caso los dos polos opuestos tradicionalmente invocados en la discusión: "realismo" y "nominalismo", cada uno de ellos con su particular sustentación en la filosofía del lenguaje y en la teoría del conocimiento.

la dinámica de la caída de los graves a fin de presentar la aceleración resultante de ella, aduciendo argumentos tendientes a mostrar la incompatibilidad de ambos enfoques. En este sentido, mi argumentación se bifurcará en dos líneas. Por una parte, mostraré que muy difícilmente pueda interpretarse la aceleración de los graves como uniforme. Por otra, llevaré a cabo un análisis de la dinámica intentando mostrar que incluso si la aceleración de los graves fuera uniforme, esta noción debe ser comprendida de tal forma que torna inaplicable el teorema de la velocidad media.

I. La aceleración según las *configurationes*

En el *De configurationibus*[7] Oresme ofrece una *disciplina* capaz de proporcionar un mejor entendimiento de los procesos de *intensio et remissio formarum* tradicionalmente discutidos a partir de los Comentarios a las Sentencias de Pedro Lombardo[8]. En lugar de intentar exponer aquí toda su doctrina, vamos a dirigirnos en la forma más directa posible a nuestra cuestión.

[7] M. Claget, *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions. 'Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum'*, Madison, Milwaukee and London, The University of Wisconsin Press, 1968. Esta edición incluye una edición parcial, con traducción y comentario de Clagett, de las *quaestiones* sobre la geometría de Euclides. En adelante me referiré al *De configurationibus* como DC, citando parte, capítulo, líneas y páginas de esta edición. Así, DC II, 2, 2-4, p. 272, remite al *De configurationibus*, Parte II, segundo capítulo, líneas 2 a 4 y el texto es localizable en la página 272 de la edición citada arriba.

[8] "*Disciplina*" significa algo más que un simple ejercicio intelectual. El *prohemium* se abre con las siguientes palabras: "Cum ymaginationem meam de uniformitate et difformitate intensionum ordinare cepissem, occurrerunt michi quaedam alia que huic proposito interieci ut iste tractatus non solum excercitationi prodesset sed etiam discipline" (DC *Prohemium*, 2-5, p. 158). Clagett observa (*Commentary*, p. 437) que Oresme parece identificar *disciplina, doctrina* y *scientia speculativa* en el *Livre de éthiques* (ed. Menut, New York, Stechert & Co., 1940, p. 103). Oresme emplea *ymaginatio* y sus derivados en lugar de *imaginatio*. Aquí está empleado en sentido laxo, como era frecuente en el siglo XIV, para significar "idea", "concepción" (en el sentido también general de ambas), "teoría" o explicación de una determinada cuestión (Clagett traduce "conception"). Es cierto que, muchas veces, esa teoría llamada "imaginatio" es efectivamente un producto de la imaginación, pero éste es un caso especial. En general, *imaginatio* no comporta ningún juicio sobre la "cientificidad" ni sobre la fuente gnoseológica de lo sostenido bajo ella.

— 1 —

Será de utilidad mencionar primero una serie de principios regulativos que gobiernan la construcción de las representaciones geométricas [9]. Una *intensio* debe ser representada perpendicularmente sobre su *extensio*. Oresme acepta el uso común llamando *latitudo* a la línea vertical que representa la *intensio*, y *longitudo* a la horizontal que representa la *extensio* [10].

En las cualidades permanentes esta última será el *subiectum* que soporta la cualidad y su aumento, disminución, o bien su distribución regular a lo largo de la misma línea "*subiectiva*". En las cualidades sucesivas, como el movimiento, hay en rigor una doble *extensio*: una *subiectiva* y otra, efectivamente empleada en las representaciones de las velocidades, *temporalis*. Suponiendo que se trate de una "cualidad lineal", la *quantitas qualitatis*, i.e. la cantidad total de una cualidad considerada extensiva e intensivamente, es representada por el área de toda la figura geométrica; la cual, según otro pirncipio, no puede poseer ángulos laterales mayores que un recto [11]. En este primer momento, alcanza con destacar que las construcciones geométricas abstractas de la primera parte del DC tienen validez también para el caso de los sucesivos, de modo que la caracterización de una cualidad *uniformiter difformis* será también la de una *velocitas uniformiter difformis* si, tan sólo, se toma el tiempo como extensión [12].

Oresme focaliza su atención en la distinción entre uniformidad y "disformidad". En una cualidad uniforme las intensidades son siempre las mismas en cada parte del *subiectum*. En

[9] Oresme emplea en el DC, indistintamente, *configurationes*, *figurationes* o *ymaginationes*. Haré uso estas expresiones latinas o de "representaciones geométricas" en español.

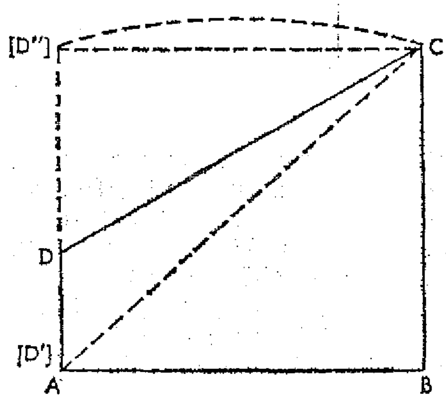
[10] Cf. DC I, 3, 19-22, p. 172.

[11] Oresme distingue cualidades "puntuales", "lineales", "superficiales" y "corporales" según la cantidad de dimensiones del sujeto o base que las soporta. Según otro "principio regulativo" la cantidad de una cualidad debe ser representada por una dimensión más que la que tiene el sujeto. Por ello, si la cualidad en cuestión es representada sobre una línea ella será una cualidad lineal, y su cantidad será comprendida por la superficie o área sobre esa línea. Como sería excesivo entrar ahora en lo que llamamos "principios regulativos" de las *configurationes*, nos permitimos remitir a nuestro artículo "Sobre la doctrina de las *configurationes* de Nicolás de Oresme", en *Patristica et Mediaevalia*, XI (1990), 80-105 en el que discutimos con mayor detalle esta temática especialmente con respecto a la restricción relativa a los ángulos no mayores que un recto.

[12] Oresme lo destaca en varios pasajes. Cf. por ejemplo DC 8, pp. 289-92.

una "disforme" las *intensiones* presentan diferentes magnitudes en cada punto del sujeto. Si las variaciones son las mismas para cada parte del sujeto se tratará de una cualidad *uniformemente disforme*. A su vez, ésta puede comenzar con un cierto grado (*ad gradum*) o desde cero (*ad non gradum*) [13] Tomando la base de una figura geométrica como *extensio* y las perpendiculares a ella como *intensiones*, será sencillo, entonces, representar una cualidad uniforme mediante un rectángulo, una cualidad uniformemente disforme *ad non gradum* con un triángulo rectángulo, y una cualidad uniformemente disforme *ad gradum* en ambos extremos con un cuadrilátero cuyo lado superior no sea paralelo a la base. La *quantitas qualitatis* quedará representada por *toda* la figura, la cual requiere por tanto una línea de altura (*linea summitatis*) para cerrar la *configuratio* por su lado superior. Para diferenciar ambos tipos de cualidades, veamos dos de los tres modos de descripción empleados por Oresme [14]:

1) Uno de los criterios se apoya en la *linea summitatis*, que une todos los grados máximos de cada *intensio*. Si ella es equidistante a la base AB, la cualidad es *simpliciter uniformis* (línea recta D''C). Si ella no es equidistante y es recta, la cualidad será *uniformiter difformis*; lo que presenta los dos casos de *ad non gradum* (D' C), y *utrinque ad gradum* (DC). El caso D''C curva, representa una visión sintética de *difformiter difformis.*



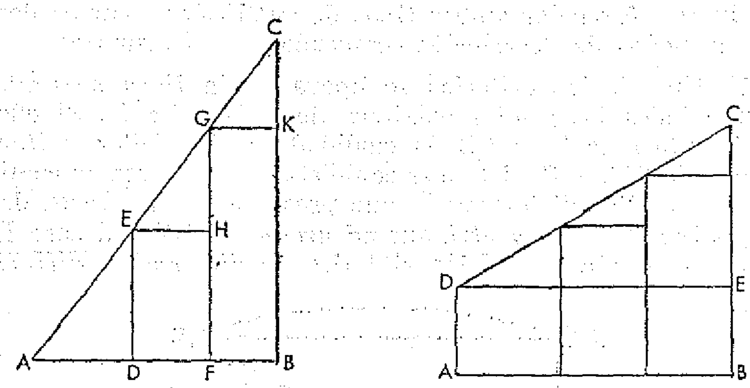
[13] Oresme distingue además distintos tipos de cualidades *difformiter difformes*. Estas, a su vez, pueden ser *ad gradum* y *ad non gradum*, etc. Cf. DC I, capítulos 14-16, pp. 198-206.

[14] Oresme agrega todavía otra descripción según un punto que se mueve sobre una línea manteniendo su velocidad o alterándola *uniformiter* o *difformiter*, etc. Cf. DC I, 12, pp. 194-6.

Las líneas punteadas tal vez pretendan poner de relieve la *qualitas uniformiter difformis ad gradum* en la "lectura" de la representación, pero sin duda no atentan contra la *continuidad* de la *linea intensionis* [15].

2) En un famoso pasaje en el que Duhem pretendió encontrar ya la ecuación de la recta, Oresme distingue uniformidad y disformidad uniforme de la siguiente manera:

> Ut si diceretur qualitas uniformis est que in omnibus partibus subiecti equaliter est intensa. Qualitas vero uniformiter difformis est cuius omnium trium puntorum proportio distantie inter primum et 2m ad distantiam inter 2m et 3m est sicut proportio excessus primi supra 2m ad excessum 2i supra 3m in intensione, ita quod punctum intensiorem illorum trium voco primum [16].



(a) (b)

En la cualidad *uniformiter difformis ad non gradum*, representada mediante el triángulo ABC (fig. a), se trazan BC, FG y DE perpendiculares a la base AB. Luego se traza HE paralela (*equidistans*) a DF y GK paralela a FB. Se forman así dos triángulos equiángulos CKG y GHE. Luego, por Euclides VI.6. GK/EH = CK/GH, siendo CK y GH los excesos. Puesto que GK = FB y EH = DF, entonces FB/DF = CK/GH, siendo FB y DF las distancias sobre la base de los tres puntos y CK

15 DC I, cap. 13, pp. 196-8. Clagett anota que la figura se encuentra en los MSS BLSCG y que las líneas punteadas sólo están en el MS L (DC, p. 197).

16 DC I, 11, 12-7, p. 192. Para la interpretación de Duhem cf. *Le système du monde*, Paris, Hermann, 1958, vol. VII, p. 548 y *Études sur Léonard de Vinci*, Paris, Hermann, 1906-13; vol. III, 1908: *Les précurseurs parisiens de Galilée*, especialmente cap. XVI: 'Nicole Oresme inventeur de la Géometrie analytique' (pp. 375-88).

y GH los excesos cuya altitud es proporcional a la intensidad de estos mismos puntos. Dado que la proporción que guardan las *intensiones* entre sí es es como la que guardan las *latitudines* levantadas sobre los puntos de la base[17], "patet evidenter propositum" y entonces "qualitati sic difformi recte convenit quod premittebatur, et ita per talem triangulum bene designabatur"[18].

Retengamos dos aspectos de esta descripción: a) la relación proporcional demostrada aquí se debe cumplir para *cualquier punto* de la línea de base, lo que asegura la *continuidad* de la *linea summitatis* analizada más arriba. De ello resultará que en la representación de *acquisitio* y *mensura* que veremos luego, se trate siempre de magnitudes continuas. Los triángulos CKG y GHE son iguales y lo serán siempre para cualesquiera puntos que cumplan el requisito de continuidad proporcional señalado[19]; b) las comparaciones se establecen entre exceso y exceso y entre exceso y distancia entre los puntos de la *extensio*. En todos los casos, las comparaciones serán siempre posibles pues no habrá denominadores nulos. Si se llevara a cabo entre altitud y altitud, diciendo por ejemplo que CB/GF = GF/ED, lo que sin duda es cierto cuando cada latitud está a igual distancia de la otra, se daría lugar al problema de cómo establecer este tipo de proporciones geométricas cuando se llega al punto A donde la cualidad es *ad non gradum* (en la fig. a). En tal caso habrá un denominador nulo y la proporción será imposible.

— 2 —

El teorema de la velocidad media establece, a través de la igualdad de las superficies de las *configurationes*, la igualdad entre la cantidad de una cualidad *uniformis* y otra *uniformiter difformis*. La proposición es enunciada primero en general para *toda cualidad* y luego es adaptada para el caso especial de la velocidad como cualidad lineal[20].

[17] Este es otro de los principios rectores de las *ymaginationes*. Cf. DCI, caps. 6 y 7 y nuestro artículo citado arriba.

[18] DC I, 11, 34-5, p. 194.

[19] La línea de base es una magnitud continua. Ahora bien, esta descripción de Oresme no sólo exige que la línea de altura sea —como la base— divisible al infinito, sino que establece además que su división mantenga siempre la proporcionalidad demostrada. Así, si es posible establecer tal proporcionalidad tomando *dos intensiones* y, si la cualidad es *uniformiter difformis* en toda su extensión, i.e. sin "saltos", la misma proporcionalidad será exigible para otras dos *intensiones* situadas entre aquéllas.

[20] DC, III, 7: *de mensura qualitatum et velocitatum difformium*

La noción de "grado medio" o "velocidad media" es central para la prueba e interviene del siguiente modo: cuando la base representa el *subiectum*, la cualidad uniforme debe poseer en todos los puntos de su extensión el grado que la *uniformiter difformis* posee en su punto medio; cuando, como en el caso de la velocidad, la base representa la extensión del tiempo, la velocidad uniforme debe poseer durante todo el intervalo de tiempo el grado que la velocidad *uniformiter difformis* posee en el instante medio del tiempo. En ambos casos, y lo mismo además para cualidades *ad gradum* (fig. b), Oresme no dice "grado medio" o "velocidad media" sino el grado del punto medio del *subiectum* o el del instante medio del tiempo. Si la velocidad es uniformemente disforme *tal como se la describió arriba*, se trata sin duda del grado medio, pero para ello es preciso que el aumento se mantenga constante para cualquier intervalo o instante de tiempo. Si ello es así, la línea de altura cierra la figura y la cualidad o velocidad *uniformiter difformis ad non gradum* (fig. a) puede ser representada mediante un triángulo rectángulo. La forma de aceleración involucrada es extremadamente simple: *en cada instante de tiempo el cuerpo adquiere iguales incrementos intensivos de velocidades* [21]. Si dijéramos "en cada intervalo" de tiempo, podríamos decir que el cuerpo adquiere *iguales incrementos intensivos y extensivos* de velocidad, lo que estaría reflejado

(pp. 408-10). El enunciado general dice: "omnis qualitas, si fuerit uniformiter difformis, ipsa est tanta quanta foret qualitas eiusdem subiecti vel equalis uniformis secundum gradum puncti medii eiusdem suibecti; et hoc intelligo si qualitas fuerit linearis" (3-5). La *mensura* de la velocidad no difiere de la *mensura* de otra cualidad lineal mientras se tome el tiempo como *extensio* (DC III, 6, 21-5, p. 408). Así, "conformiter potest argui de qualitate superficiali ac etiam de corporali. De velocitate vero omnino dicendum est sicut de qualitate lineari, dum tamen loco puncti medii capiatur instans medium temporis velocitatem huiusmodi mensurantis. Sic itaque patet cui qualitati aut velocitati uniformi adequatur, qualitas sive velocitas uniformiter difformis. Proportio autem qualitatum et velocitatum uniformiter difformium est sicut proportio qualitatum et velocitatum simpliciter uniformium quibus adequantur" (CD III, 7, 31-8, pp. 410).

[21] No estará de más aclarar que aquí empleamos "velocidad" y "aceleración" sin implicaciones vectoriales y que este último término sólo hace referencia al aumento de velocidad. En este contexto, "*velocitas*" representa la *intensio* del movimiento, concebido éste en analogía con una cualidad o "forma". Por su parte, la "*velocitatio*" (aceleración) consiste en un aumento o disminución de la *velocitas*. Oresme contempla la posibilidad de que, por ejemplo, la velocidad aumente pero disminuya la aceleración. Pero el empleo de las *configurationes* permite un tratamiento de la *velocitatio* en términos de *velocitas* (cf. DC II, 5, 27-41, pp. 282-4).

en el agregado de un nuevo triángulo igual al anterior sobre cada intervalo igual de tiempo.

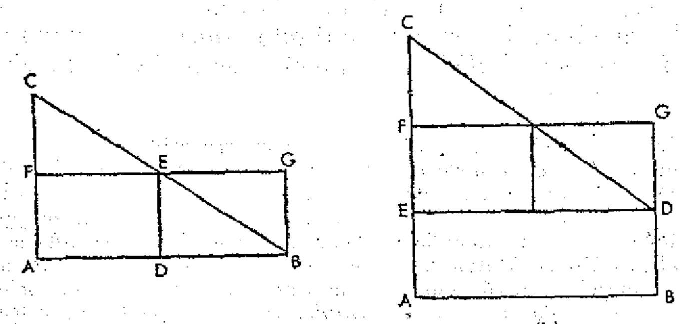
Referida a la velocidad de todo movimiento en sentido amplio —i.e. incluyendo movimiento según la cualidad, según la cantidad y según el lugar—, la proposición demuestra que la cantidad de velocidad adquirida en iguales intervalos de tiempo es la misma. Referida en particular a la velocidad en el movimiento local, la adquisición intensiva y extensiva de la velocidad se traduce como espacio recorrido. Esta última aseveración no implica necesariamente que "la velocidad sea una función del tiempo" o que "el área bajo la curva" represente *por ello* el espacio recorrido. La velocidad se "mide" por el espacio recorrido en tanto *perfectio* adquirida por el tipo especial de movimiento que es el movimiento local [22]. Ahora bien, todo proceso de adquisición de una *perfectio* se da en el tiempo, lo cual diferencia a los tres tipos de movimiento en su conjunto (*alteratio, augmentatio-diminutio, motus localis*) del cambio según la sustancia [23]. El

[22] La superficie representa el espacio recorrido pero por razones muy diversas al cálculo moderno. *Por una parte*, exsite un principio según el cual la cantidad de una cualidad es representada por una dimensión más que la base. Si la base es una línea, la cantidad de esa cualidad será representada por una superficie. Como sabemos, la velocidad es medida como cualidad lineal. Entonces, su cantidad total —extensiva e intensivamente considerada— será representada también por una superficie, donde quedará comprendida la *velocitas totalis*. *Por otra parte*, la velocidad se mide por la cantidad de *perfectio* adquirida, que *sólo en el caso del movimiento local* es el *spatius*. Unidas ambas cosas —aunque provienen de fuentes distintas— resulta que la superficie representa el espacio recorrido; pero ello no significa en absoluto que "el área bajo la curva" represente el espacio recorrido *porque* "la velocidad es función del tiempo". Por lo demás, Oresme no mencionó el espacio recorrido en su formulación del teorema, para no restringirlo al movimiento local; aunque lo hizo de manera indirecta unas líneas más abajo (DC III, 8, 35-43, p. 414). En las *Questiones super geometriam Euclidis*, q. 13, 68-79 (pp. 558-60) sí dice claramente "pertranseunt equalia spacia".

[23] La adquisición de perfección tiene lugar *in tempore equali*, i.e. en *intervalos* iguales de tiempo. *Generatio* y *corruptio* no son mencionadas aquí: "Dico ergo quod universaliter ille gradus velocitatis est simpliciter intensior sive maior quo in tempore equali plus acquiritur vel deperditur de illa perfectione secundum quam fit motus. Verbi gratia, in motu locali ille gradus velocitatis est maior et intensior quo plus pertransiretur de spatio vel de distantia, et in alteratione similiter ille gradus velocitatis est maior quo plus acquireretur vel deperderetur de intensione qualitatis, et ita in augmentatione quo plus acquireretur de quantitate et in diminutione quo plus deperderetur de quantitate vel de extensione, et ita generaliter ubicunque reperiretur motus" (DC II, 3, 11-9, p. 279). La definición de "grado máximo" requiere de la noción de *perfectio*, pero su empleo provoca una asimetría con el movimiento de alteración (cf. A. Maier, *An*

tiempo, que como la línea de *extensio* que lo representa es una magnitud continua, asegura la continuidad del proceso y la continuidad de la representación del proceso en la *configuratio*. Esto significa que si la cualidad es *uniformiter difformis* las proporciones demostradas antes valen necesariamente para *cualquier* intervalo de tiempo tan breve o extenso como se quiera.

Pero el diagrama empleado por Oresme es mucho más simple que cualquier exposición verbal. Se trata de un triángulo rectángulo (cualidad o velocidad *uniformiter difformis ad non gradum*) de superficie igual a un rectángulo (cualidad o velocidad *uniformis*), construidos ambos sobre la misma base que representa la extensión del tiempo. Las verticales representan las velocidades en un determinado instante y las superficies —en la manera indicada— los espacios recorridos:



(a) (b)

La prueba transcurre recurriendo a la proposición I, 26 de Euclides pero, en realidad, la igualdad de las superficies es "manifiesta a los sentidos" para cualquiera que vea las *configurationes*, pues la geometría permite visualizar ciertos procesos que, como los intensivos, permanecen fuera del campo de la aprehensión inmediata.

II. La aceleración en la caída de los graves

En primer lugar corresponde dejar en claro que efectivamente *hay aceleración* en la caída de los graves. De hecho, ya Aristóteles aceptaba el aumento de velocidad en los movimientos

der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft, Roma, Edizioni di Storia e Letteratura, 1952[2], pp. 316-7).

naturales [24]. Asimismo, como explicaremos más abajo, el sentido mismo de la aplicación de la noción del *impetus* a la caída consiste en proporcionar aumentos de fuerzas para aumentos de velocidad. Finalmente, anotemos aquí que la atribución de uniformidad o regularidad al movimiento natural del grave, solo tiene lugar en el caso anómalo de "proporcionar" de determinada forma la acción motriz y la resistencia, lo que podía hacerse concibiendo un medio cada vez más resistente [25]. Resultan innecesarias más anotaciones al respecto, pues difícilmente se pueda negar que para la escolástica se registra un aumento de velocidad entre el primer instante de la caída y el último [26]. Sin duda, entonces, si el teorema de la velocidad media fuera aplicable a la caída de los cuerpos, éstos acelerarían de modo tal que el

[24] Aristóteles distingue movimientos uniformes y no-uniformes según la trayectoria y según la velocidad. En el segundo caso, el movimiento será uniforme si la velocidad es la misma, en caso contrario será no-uniforme (*Física*, V, 4, 228b 27-28). En el *De caelo* III, 2, 301b 1 18-21, explicando el aumento de velocidad en el descenso por acción de la *dynamis* dice: "le mouvement naturel (pour la pierre par example, le mouvement descendant) sera accéléré par l'action de la forme..." (*Du ciel*, trad. P. Moureaux, Paris, Belles Lettres - Collection G. Budé, 1965, p. 114). La aceleración corresponde al movimiento natural de los graves (la tierra) hacia abajo y de los leves (el fuego) hacia arriba, en cuanto cada uno se aproxima a su lugar natural (cf. *De caelo* I, 8, 277a, trad. citada p. 31).

[25] Al variar la resistencia varía por supuesto la proporción de la fuerza a la resistencia que determina la velocidad. Los teóricos del *impetus* acostumbran a dejar constante el medio. El hecho de que se advierta expresamente que el movimiento es uniforme si se regula el medio haciéndolo cada vez más resistente, da por sentado que él no es uniforme si no tiene lugar alguna modificación del medio. En el *Livre du ciel et du monde* (ed. A. D. Menut - A. J. Denomy, trad. A. Menut, Madison, Milwaukee and London, The Uuniversity of Wisconsin Press, 1968), donde Oresme traduce y comenta el *De caelo* de Aristóteles, leemos: "Or avons donques que nul mouvement de chose pesante ou legiere ne peut estre regulier du tout, car il est moins isnel au commencement que apres, combien que il soit possible, au moins selon ymaginacion, que la vertu motive et la resistence soient tellement proporcionees et moderees que aucune partie de tel mouvement seroit reguliere, nonobstant celle qualité [el *impetus*] desus dite" (Libro II, capítulo 13, líneas 149-154, página 418; desde ahora citado como II, 13, 149-154, p. 418. Me referiré a este texto como LCM).

[26] Si este aumento de velocidad puede ser trasladado conceptualmente a la moderna concepción de variación de velocidad como Vf-Vi es otra cuestión, pues el análisis de los aumentos de velocidad en términos de proporción lleva a la escolástica a la comparación del aumento de velocidad en relación a la velocidad anterior, lo que con aquellos términos podría expresarse como (Vf-Vi)/Vi, siendo Vi y Vf dos velocidades sucesivas cualesquiera. De todas formas, es suficiente ahora con sentar que en los textos escolásticos se puede constatar que la velocidad final es de mayor grado que las anteriores.

comportamiento de su velocidad sería representable mediante un triángulo rectángulo y no mediante el rectángulo que configura una pura uniformidad.

Aceptando entonces que hay *velocitatio*, corresponde indagar ahora de qué tipo de *velocitatio* se trata. En las *Questiones de caelo* leemos:

> dupliciter potest intendi aliquod continue velocitari. Uno modo sic, quod fiat additio velocitatis per partes aequales, vel aequivalenter, v. gr. quod in ista hora movetur aliqua velocitate et in secunda duplo velocius et in tertia triplo etc., et eodem modo de partibus proportionalibus horae. Et isto modo ex hoc sequeretur infinita velocitas, si procederetur in infinitum, quia omnis velocitas data excederetur per hunc modum. Secundo modo potest imaginari additio velocitatis non per partes aequales, sed per continue proportionales et minores, vel aequivalenter, ut si modo velocitas esset unius gradus, deinde unius gradus cum dimidio, et postea unius gradus cum dimidio et quarta parte eius. Et isto modo nunquam excederetur velocitas dupla, quamvis sic procederetur in infinitum. Modo ad propositum: *velocitas in motu gravium fit primo modo* et non secundo modo [27].

Este es uno de los pocos textos de Oresme donde encontramos información específica sobre nuestro problema. No obstante, su comprensión está lejos de ser sencilla. La dificultad reside en que Oresme habla de dos modos fundamentales de aumento de la velocidad, pero dentro del primero incluye dos ejemplos sin dejar completamente claro si son equivalentes o no. De cualquier modo, es claro al menos que la división principal consiste en si toda velocidad será excedida o no cuando hay un aumento *in infinitum*. A su vez, en el primer caso, Oresme describe las dos posibilidades cuya interpretación es problemática. Esquemáticamente:

1) aumento divergente:

a) Para iguales intervalos de tiempo, la velocidad crece aritméticamente según la serie 1, 2, 3, etc.

b) "En partes proporcionales de una hora"; puede significar: i) que la velocidad aumenta según la serie arriba mencionada pero en partes del tiempo cada vez menores, tales como t, t/2, t/4, t/8, etc.; o puede significar: ii) que la velocidad

[27] Citamos indirectamente de A. Maier, *An der Grenze*, op. cit. (*supra* n. 23), p. 214, énfasis mío. Cf. además Clagett, *The Science of Mechanics*, op. cit. (*supra* n. 1), pp. 553-4. El texto fue editado por C. Kren: *Questiones super libros de celo*, Dissertation, University of Wisconsin, 1965.

aumenta disminuyendo su aumento en la misma forma en que los intervalos de tiempo son cada vez menores. Así, a t le corresponde V, a t/2 le corresponde V/2, a t/4 le corresponde V/4, etc. En cualquiera de los casos mencionados, "toda velocidad dada sería excedida si se procediera al infinito". Observemos, no obstante, que si (b) es interpretado en la forma (ii) es equivalente de (a), pues en ambos casos se trata de un aumento uniforme de velocidad, sea que se tome una determinada longitud de tiempo o una cualquiera menor. Si, por el contrario, (b) es interpretada en la forma (i), es diferente de (a), pues mientras esta última indica un aumento uniforme de la velocidad, aquélla indicaría un *aumento de la aceleración* semejante a un aumento exponencial de la velocidad. Sin embargo, en ambos casos se cumple el exceso *ad infinitum.*

a) aumento convergente:

En el segundo caso, la velocidad aumenta disminuyendo su magnitud de aumento. Para iguales intervalos de tiempo, la velocidad aumentaría convergentemente en la forma V, V + V/2, V + V/2 + V/4, V + V/2 + V/4 + V/8, etc., sin alcanzar la velocidad límite 2V. Así, es claro que la velocidad no excedería el límite aunque se procediera *in infinitum.*

Es evidente que, según este texto, los graves aumentan su velocidad en la forma (1). Pero, como recién observamos, la forma (1) puede incluir un caso (b.i) que no es la simple *velocitatio uniformis* o *velocitas uniformiter difformis,* único modo que, al menos en principio, sería factible de identificar con la aceleración uniforme del teorema de la velocidad media. A continuación, intentaré mostrar que la dinámica de la caída de los cuerpos parece arrojar un aumento de velocidad de los tipos (a.i.) o (2), ninguno de los cuales pertenece a la aceleración del teorema en cuestión. Luego sostendré que aun en el caso de que debiéramos aceptar que la dinámica de la caída libre arroja una aceleración uniforme, el teorema tampoco podría ser aplicado.

1) La causa de la aceleración *in fine*

El primer argumento que aduciré es de orden contextual. La teoría de Oresme que analizaremos a continuación se encuentra expuesta un tanto sintéticamente en sus glosas y traducción francesa del *De caelo* de Aristóteles. Luego de comentar un pasaje relativo a la *regularidad* de los movimientos celestes [28], Oresme se detiene un poco más abajo en un texto de Aristóteles que ha causado perplejidad en los comentaristas griegos y medievales. El motivo de esta perplejidad reside en el hecho de que Aristóteles distingue entre movimientos violentos y movimiento de los proyectiles a propósito de la velocidad máxima: los movimientos naturales alcanzan su velocidad máxima al final, *los violentos al comienzo, y los proyectiles en el medio*. Una cuestión consistía entonces en determinar con precisión qué había querido decir Aristóteles con "medio", ¿el punto medio de la trayectoria o el instante medio del tiempo? [29]. Otra, por supuesto no completamente independiente de aquélla, consistía en analizar la inquietante distinción entre movimientos violentos y proyección, pues los proyectiles parecen responder mejor que cualquier otro a la condición del movimiento violento. Como si fuera poco, alguna traducción decía *animalia* en lugar de *proiecta*, lo que dirigía la atención hacía la cuestión central de en qué sentido el principio del movimiento es interno al móvil [30]. En cualquier caso, las

[28] Lo que da lugar a la distinción entre regularidad-irregularidad con respecto al sujeto. LCM II, 13, 3-13, p. 410. Cf. además DC II, 1, 20-35, p. 272, donde Oresme se refiere a los graves: "motus vero gravis deorsum potest esse econtrario uniformis et irregularis et etiam potest esse uniformis et regularis vel difformis et irregularis" (28-31). Pero "in sequendo modum loquendi consuetum" llama a veces uniformitas a la regularitas y difformitas a la irregularitas (*ibidem*, 31-4). Notemos que no menciona aquí expresamente la posibilidad de *uniformiter* difformis con respecto al tiempo sino tan solo *difformis*.

[29] Aristóteles, *De caelo* II, 6, 288a 19-22. La velocidad máxima o *akmé* es traducida al latín como *virtus* y al francés del LCM como *vertu*. Oresme sigue la *nova translatio* (griego-latín) comenzada por Roberto Grosseteste y completada por Guillermo de Moerbeke, pero ocasionalmente menciona la *translatio Scotti* (árabe-latin) como "l'autre translation". En este pasaje leemos "Et la vertu ou la plus grant isneleté de tel mouvement irregulier est ou vers le commencement ou vers la fin et terme a quoy il tent, ou en milieu du mouvement; aussi comme, par venture, es mouvemens qui sont selon nature, la plus grande isneleté est vers la fin ou il tendent, et es mouvemens qui sont violens elle est vers le terme ou il commencent, *et es choses que l'en jecte elle est ou milieu du mouvement*" (LCM II, 13, 55-60, p. 412, énfasis mío. Para Oresme como traductor, cf. el apartado II "Oresme's Translation and Commentary" en la introducción de Menut al LCM, pp. 11-5). Maier advierte que Oresme habría interpretado primero el *in medio* en sentido temporal, pero luego habría abandonado esta opinión en el LCM (cf. *Zwei Grundprobleme der scholastischen Naturphilosophie*, Roma, Edizioni di Storia e Letteratura, 1968³, p. 239).

[30] El conjunto de todas estas tribulaciones podrá ser bien ilustrado con el siguiente párrafo de Buridán: "Notandum est quod in hoc passu sunt diversae translationes; ubi enim nova translatio habet 'proiectis', trans-

distintas "teorías de la aceleración" de los graves no se encuentran en la escolástica como tales, sino más bien como extensiones al problema de la determinación de *dónde se debe localizar la velocidad mayor para un grave en descenso* [81]. En este caso, habría consenso en que la velocidad mayor del grave se encuentra al final. Se trataba de un hecho inobjetable para el cual había que urdir una explicación causal. La explicación de Oresme que veremos a continuación no sale de este marco. No se trata específicamente de una "teoría de la aceleración de los graves" sino de una respuesta a la pregunta ¿cuál es la *causa* de la aceleración?; pregunta que reposa a su vez sobre otra directamente derivada del texto de Aristóteles: ¿por qué la velocidad mayor del grave se encuentra *in fine*? Ahora bien, el requisito de que la velocidad mayor se localice al final se puede satisfacer con otras formas de aceleración no configurables con un simple triángulo rectángulo. De hecho, se podría satisfacer con cualquier forma de aceleración, por ejemplo con cualquiera de las establecidas en las *Questiones de celo*, incluida la aceleración uniforme pero no únicamente con ella. No pretendo que éste sea un argumento decisivo pero sí al menos "persuasivo" para llamar la atención sobre todas las formas de aceleración por igual. En tanto el cuerpo acelere, se cumple el requisito, ¿por qué, entonces, esforzarse por arribar a una dinámica de la aceleración uniforme cuando es suficiente con una dinámica de la aceleración a secas?

---

latio antiqua et translatio Commentatoris habent 'animalibus'. Et ideo vel oportet per 'proiecta' intelligere 'animalia', quia moventur lateraliter sicut communiter proicimus, vel translatio nostra est falsa; quia Aristoteles hic vult distinguere inter mota praeter naturam sive violenter, et proiecta, dicens quod mota praeter naturam moventur velocius ad principium, et proiecta ad medium. Et tamen, vere et proprie, proiecta non debent distingui contra mota praeter naturam; imo propriissime moventur praeter naturam sive violenter" (*Iohannis Buridani Quaestiones super libris quattuor de caelo et mundo,* ed. E. A. Moody, Cambridge-Massachusetts, The Mediaeval Academy of America, 1942; Reprint New York 1970, p. 176. Quaestio 12: *Utrum motus naturalis debeat esse velocior in fine quam in principio,* pp. 176-81). Como veremos luego, Oresme distingue entre "movimiento puramente violento" para los proyectiles lanzados "droit en haut", y "no puramente violentos" para aquellos "gectée ou traicte en travers".

[81] Comentando un texto de Burlaeus, Maier introduce una observación que excede este texto particular: "Damit est aber im Grunde lediglich eine Erklärung der Tatsache gegeben, dass die Fallbewegung ihre Höchsgeschwindigkeit am Ende erreich, es ist nicht eine Erklärung der Fallbeschleunigung überhaupt versucht" (A. Maier, *Zwei Grundprobleme,* op. cit. *supra* n. 29, p. 246).

2) **Aplicación temporal de la fuerza**

Más abajo veremos la clasificación de los movimientos propuesta por Oresme. Adelantamos por ahora que ella reposa en una manera particular de comprender la acción de las *fuerzas* o *causas* del movimiento en relación a la localización de la velocidad máxima. Decimos "fuerzas" o "causas" porque en el caso de Oresme más que en cualquier otro resulta difícil distinguir ambos conceptos. En efecto, se acostumbra a distinguir entre "fuerza" y "causa" según se trate de magnitudes proporcionales a la aceleración o a la velocidad, respectivamente. Mientras un factor dinámico produzca una velocidad, i.e. un movimiento, y no un cambio o alteración de movimiento, parece más ajustado hablar de —en sentido aristotélico— "causas", y no de "fuerzas". Esta diferencia ha sido vista incluso como un criterio distintivo confiable entre la física "moderna" y la "pre-moderna", tomando la primera en general como "newtoniana" y la segunda como "aristotélica"[32]. Sin embargo, no parece ser éste un criterio absolutamente generalizable que, por ejemplo, nos obligara a aceptar —o siquiera nos permitiera aceptar— que la proporcionalidad de un factor dinámico con la aceleración y no con la velocidad supone ya el concepto newtoniano de *fuerza*. Se ha recalcado que ha sido Oresme quien, de alguna manera, habría dado un importante paso adelante al proponer su concepto de *impetus* como proporcional a la aceleración y no a la velocidad (como ocurre con Buridán). Ahora bien, la "paradoja" o, mejor dicho, lo que hace que ese criterio distintivo entre la física aristotélico-escolástica y la moderna no merezca toda nuestra confianza, es que Oresme habla efectivamente de *causas* y las concibe como tales: como factores necesarios para que el movimiento tenga lugar y para que él continúe. La motivación de la teoría del *impetus* es proveer una causa que continúe el movimiento de los proyectiles una vez que tuvo lugar la separación del motor original. Una velocidad necesita una causa que actúe durante todo el intervalo de tiempo en el que el movimiento tiene lugar. Si la velocidad es constante, la fuerza o la causa que produce este movimiento será también constante: si la velocidad aumenta —como ocurre en la caída de los graves— las fuerzas que lo

[32] Cf. en este sentido A. Maier, *Zwei Grundprobleme*, op. cit. (*supra* n. 29), pp. 122 y ss. y "Ursachen und Kräfte", en *Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert*, Roma, Edizioni di Storia e Letteratura, 1966², pp. 53-78.

producen también deberán aumentar. La exigencia aristotélica "una fuerza constante produce una velocidad constante" sigue vigente a pesar de que el *impetus* sea en Oresme proporcional a la aceleración:

> L'isneleté du movement ouquel est resistence ensuit la proporcion de la vertu motive a la resistence, et ceste proporcion puet estre muee pour la variacion de la vertu ou de la resistence ou de tous les .ii. se c'est differanment, car se les .ii. cressoient ou appetiçoient sanz varier la proporcion, et l'isneleté seroit touzjours equale. Mais comment qui soit, *se l'isneleté est variée, il convient que variacion et mutacion soit fete en la vertu motive ou en ce qui est meu* [33].

Sin embargo, Oresme sostiene en algunos pasajes que no existe un movimiento tan lento que no se le pueda asignar una velocidad menor:

> nu movement n'est si tardif que encor ne soit autre la moytié plus tardif et autre plus, et ainsi sanz fin oultre toute proporcion [34].

En la glosa del capítulo 13, parte II, la afirmación reviste un carácter de completa generalidad:

> Et pour entendre les causes de ces choses, je di premierement que tout mouvement de chose pesante ou legiere, quecunque il soit, commence en enforçant telement que quelcunque degré de ysneleté donney ou signey en lui, il convient que il eust devant mendre ysneleté et mendre et mendre outre toute proporcion; et est ce que l'en seult appeller commencier *a non gradu* [35].

La generalidad y la importancia de esta afirmación reside en que este hecho descripto aquí da cuenta de su clasificación de los movimientos en relación a la localización de la velocidad máxima (les causes de ces choses). Este enunciado no es un principio de explicación. Más bien, podríamos decir que tiene la apariencia de una descripción de un "hecho" que debe ser explicado. En rigor, él resulta de la aplicación de otro enunciado que sí tiene carácter de principio general. Inmediatamente a continuación dice:

> Et la cause est, en general, car les excés de la vertu motive sus la resistence ou *l'applicacion de elle a la resistence ne peuent estre fetes soudainnement*, mais convient que telles choses soient faites

[33] LCM II, 13, 9-15, p. 420, énfasis mío.
[34] LCM I, 10, 72-4, p. 102.
[35] LCM II, 13, 76-81, p. 414.

> partie apres autre et chascune partir aussi, et rien n'en peut estre fait soudainement[36].

Para que el movimiento tenga lugar la fuerza debe ser mayor que la resistencia. Sin embargo, la *aplicación* de la fuerza a la resistencia no puede darse instantáneamente sino que debe tener lugar en el tiempo. Ello no significa que este proceso temporal de aplicación de la fuerza pueda dar cuenta efectivamente de la aceleración en la caída de los cuerpos. No obstante, es probable que Oresme concibiera este principio con un grado de generalidad tal que toda causación natural fuera comprendida no como instantánea sino como *temporal*[37]. En la caída de los cuerpos, la fuerza involucrada *en principio* es la gravedad o peso individual del grave. Si el movimiento tiene lugar es porque la gravedad individual del cuerpo es mayor que la resistencia del medio. Una concepción instantánea de la relación causa-efecto o fuerza-velocidad (suponiendo constante el medio), haría que el cuerpo tomara el grado de velocidad que corresponde a esa proporción desde el primer instante. Si la resistencia fuera 1 y la gravedad 5, el cuerpo comenzaría a moverse desde el primer instante con velocidad 5. Oresme, por el contrario, sostiene con tal principio que la aplicación de la fuerza demora un cierto intervalo de tiempo hasta que se aplica en su totalidad. Así, en algún instante de tiempo el cuerpo tendría una velocidad 5, pero éste no sería el primer instante. Recién cuando la gravedad se haya aplicado en su totalidad, el cuerpo tomará la velocidad correspondiente, y *seguiría con velocidad constante* 5 si no hubiera otro factor dinámico, pues a pesar de este principio de la aplicación temporal la fuerza sigue siendo proporcional a la velocidad. Esto, como luego veremos, obliga a recurrir al *impetus*, y el recurso al *impetus* es la prueba de que *no* se está hablando en general de la gravedad como una *fuerza* proporcional a la aceleración. Lo que es proporcional a la aceleración es el *impetus*, no la fuerza en general. La aceleración señalada en el primer intervalo es el resultado de una concepción temporal de la aplicación de las fuerzas, en este caso de la gravedad; en consecuencia, ella no comprende todo el intervalo durante el cual cae el cuerpo.

Conviene señalar además que se encuentra ya aquí un pro-

[36] *Ibidem*, 81-5, énfasis mío.

[37] El excelente artículo "Aquinas On the Temporal Relationship Between Cause and Effect" (en *The Review of Metaphysics* 27 [1974] pp. 569-84) de W. Wallace estudia esta cuestión sobre todo desde un punto de vista epistemológico, sin referencia a la dinámica del siglo XIV.

blema físico-matemático para la aplicación del concepto de *velocitas uniformiter difformis*, pues ¿cómo tiene lugar esta primera aceleración resultante de la aplicación temporal de la gravedad: la velocidad aumentó según la serie de los números naturales, los impares, o siguiendo cualquier otra serie? Puede ser uniforme, pero Oresme no lo dice. En principio no hay nada que nos obligue a pensar que en ese primer intervalo donde todavía no actúa el *impetus* hay aceleración uniforme. No se trata solo de la existencia de una aceleración "indeterminada", sino sobre todo de la imposibilidad de establecer relaciones proporcionales entre las velocidades. En la *configuratio* que representa una velocidad *uniformiter difformis ad non gradum*, las *latitudines* que representan las distintas velocidades en cada instante de tiempo tienen cada una con la anterior el mismo exceso según transcurre el tiempo y por ello cada una puede ser proporcionada a la anterior. Así, $V_5/V_4 = V_4/V_3$, siendo V_5 la mayor en el último instante de tiempo. Ahora bien, una proporción geométrica no es posible si el denominador no expresa una magnitud; y ello es lo que ocurre cuando la velocidad menor es nula, i.e. *ad non gradum*. La expresión *ad non gradum* implica una limitación matemática: "fuera de proporción" [38]. Pero, para Oresme "*omnis motus naturalis gravis incipit a non gradu et velocitando*" [39]. Una aceleración uniforme *ad non gradum* puede ser configurada mediante un triángulo rectángulo, pero las proporciones entre una velocidad y la anterior solo pueden ser establecidas cuando ésta posee alguna magnitud. Reparemos en que no es un problema epistemológico sino matemático, no se trata de que hubiera "proporciones no representables" sino que directamente no hay proporcionalidad cuando el denominador es nulo.

Parece suficiente lo dicho para explicar que el teorema de la velocidad media no es aplicable a toda la caída *aunque* fuera aplicable al trayecto que ocurre desde que la gravedad actúa plenamente y se comienzan a verificar incrementos de *impetus*. Sin embargo, se podría objetar que el teorema presenta además una formulación *ad gradum*, razón por la cual nuestra explicación resulta todavía insuficiente. Esta formulación permitiría el establecimiento de las proporciones entre las velocidades sucesivas pero, como hemos visto, para Oresme el movimiento de caída comienza *ad non gradum*.

[38] Cf. *supra* el texto citado en n. 35 correspondiente a LDM p. 414: "et mendre et mendre autre toute proporcion, et est ce que l'en seult appeler commencier *a non gradu*".

[39] En Maier, *An der Grenze*, op. cit. (*supra* n. 23), p. 205.

SUMMARY

This paper deals with the free fall of bodies in Oresme's dynamic and his mean speed theorem, that was not applied till Domingo de Soto. It intents to explain why Oresme did not perform this application to free fall without reccuring to "external" reasons such as the epistemology *secundum imaginationem*. On the contrary, it maintains that there are physico-mathematical reasons —internal reasons— which turn uncompatible the dynamical and the kinematical notion of acceleration. On one hand, the oresmian explanation of *velocitatio in fine* through the impetus theory does not seem to provide uniform acceleration, which is necessary to the theorem. On the other hand, uniform acceleration did not fulfill the essential condition of continuity. To summ up: the mean speed theorem would not have been applied even though it would not have been demostrated *secundum imaginationem*. Finally, on the base of this interpretation an hypothesis is proposed on the possible foundations of the application in Domingo de Soto.