



FILO:UBA
Facultad de Filosofía y Letras
Universidad de Buenos Aires

P

Estrategias de aprendizaje que utilizan los alumnos universitarios cuando aprenden matemática con un software específico

Autor:

Curotto, Margarita

Tutor:

Yuni, José

2005

Tesis presentada con el fin de cumplimentar con los requisitos finales para la obtención del título Magister de la Universidad de Buenos Aires en Didáctica

Posgrado



FILO:UBA
Facultad de Filosofía y Letras

FILODIGITAL
Repositorio Institucional de la Facultad
de Filosofía y Letras, UBA

TEsis 12.5-13
822578/05

UNIVERSIDAD NACIONAL DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

MAESTRÍA EN DIDÁCTICA
SEDE CATAMARCA

TRABAJO DE TESIS

**ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE QUE UTILIZAN
LOS ALUMNOS UNIVERSITARIOS CUANDO APRENDEN
MATEMÁTICA CON UN SOFTWARE ESPECÍFICO**

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
Dirección de Bibliotecas

AUTOR:

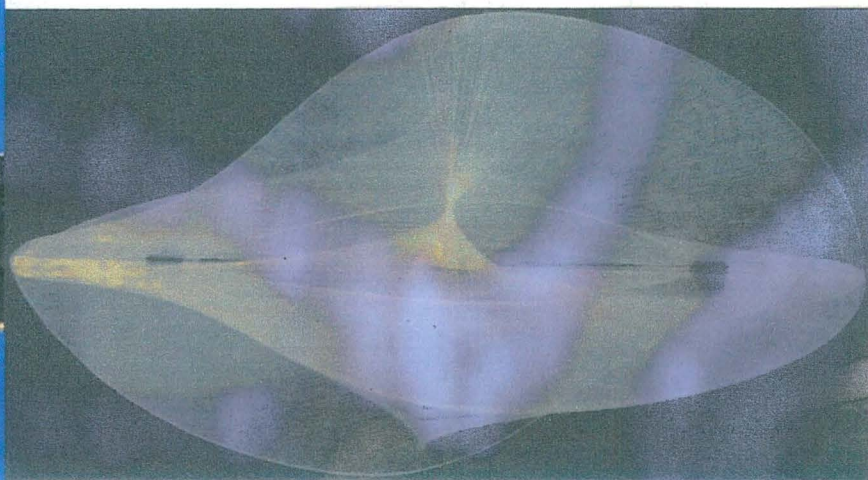
MARGARITA CUROTTO

N° EXPEDIENTE: 883163

DIRECTOR:

Dr JOSÉ YUNI

AÑO 2004



1993

Quiero agradecer al Dr. José Yuni su trabajo de dirección, su inestimable labor de guía y formador a través de las numerosas conversaciones y discusiones acerca de los nudos teóricos y metodológicos de esta tesis, y también su empeño en enseñarme a escribir.

A mis hijas

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO 1: MODELOS TEÓRICOS EN INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA	11
■ Introducción	
■ 1.1. Perspectivas fundamentales	
La concepción racionalista.	
La perspectiva hermenéutica.	
■ 1.2. Desarrollo de los principales modelos conceptuales en investigación en didáctica y su influencia en la investigación en didáctica de la mate- mática.	
1.2.1- Paradigma presagio-producto.	
1.2.2- Paradigma proceso-producto	
1.2.2.1- Crítica y reformulación del modelo	
1.2.2.2 - Primeras investigaciones en enseñanza de la matemática	
1.2.3- Paradigmas mediacionales	
1.2.3.1- Paradigma mediacional centrado en el profesor.	
1.2.3.2- Paradigma mediacional centrado en el alumno	
1.2.3.3- Modelos mediacionales integradores.	
1.2.3.4- Influencia de los modelos mediacionales integradores: El programa de investigación del grupo T.M.E.	
1.2.4- El paradigma ecológico.	
1.2.4.1- Modelo semántico contextual de Tikunoff	
1.2.4.2- Modelo ecológico de Doyle.	
1.2.5- Enfoque psicológico.	
1.2.5.1- El Grupo PME (Psychology of Mathematics Education)	
1.2.5.2- Aprendizaje matemático y constructivismo.	
■ 1.3- Una concepción autónoma de la didáctica de la matemática	
1.3.1- Las aplicaciones de la teoría de las situaciones didácticas a investi- gaciones con aproximaciones psicológicas	

CAPÍTULO 2: TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

43

- Introducción
- 2- Teorías del aprendizaje
- 2.1- La teoría de Thorndike
- 2.2- La teoría de Piaget
- 2.3- La teoría del procesamiento de la información
 - 2.3.1- La elaboración de la información
- 2.4- La teoría de los esquemas
- 2.5- La teoría de Vygotsky
- 2.6- Los aportes de la psicología cognitiva
 - 2.6.1- La concepción de los procesos de enseñanza y aprendizaje

CAPÍTULO 3: LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

58

- Introducción
- 3.1- La investigación sobre las estrategias de aprendizaje
 - 3.1.1- Modelo de Weinstein
 - 3.1.2 -Modelo de Dansereau
 - 3.1.3- Modelo de Rohwer
 - 3.1.4- Modelo de Schmeck
- 3.2- La categorización de las estrategias de aprendizaje
- 3.3- Relaciones entre los estilos y las estrategias de aprendizaje.
- 3.4- El modelo de Biggs
 - 3.4.1- Categorías generales y tipos de estrategias de aprendizaje.
 - 3.4.2- Características del CEPEA
 - 3.4.3- Descripción general / funcional y específica de los enfoques de aprendizaje: motivos y estrategias
 - 3.4.4- Los resultados del aprendizaje según los enfoques adoptados

CAPÍTULO 4: METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

83

- Introducción.
- 4.1: Objetivos
 - Objetivo general.

Objetivos específicos:

- 4.2- Metodología
 - 4.2.1- Población y muestra
 - Descripción de la muestra
- 4.3- Diseño del trabajo de campo
 - 4.3.2- Descripción y construcción de los instrumentos para el desarrollo del curso aplicado a la muestra
 - Texto teórico (TT)
 - Software matemático DERIVE
 - Instrucciones del uso del software (IS)
 - El cuestionario CEPEA. Ficha técnica
 - Guía de problemas matemáticos (GM)
 - Planilla de respuestas (PR)
- 4.4- Desarrollo del trabajo de campo
- 4.5- Proceso de análisis de datos
 - 4.5.1- Justificación de la suficiencia de la muestra
 - 4.5.2- Análisis de datos
 - Primer análisis
 - Segundo análisis
 - Tercer análisis

CAPÍTULO 5: LAS CARACTERÍSTICAS DE APRENDIZAJE

DE LOS ALUMNOS

103

- Introducción
- 5.1- Resultados del análisis y del CEPEA de los alumnos estudiados
- 5.2- Descripción de algunas características de los estudiantes según el enfoque que adoptan
- 5.3- Descripción de las estrategias adoptadas por los casos estudiados.
 - Los sujetos con estrategias superficiales
 - Los estudiantes que utilizan estrategias profundas
 - Los estudiantes con estrategias de logro
- 5.4- Conclusiones.

CAPÍTULO 6: CÓMO APRENDEN MATEMÁTICA LOS ALUMNOS CON UN SOFTWARE ESPECÍFICO

115

- Introducción
- 6.1- Situaciones didácticas, situaciones a-didácticas
- 6.2- Los obstáculos didácticos
 - 6.2.1- Origen de los diversos obstáculos didácticos
 - 6.2.2- Características de los obstáculos didácticos
- 6.3- Construcción del conocimiento matemático
 - 6.3.1- Algunas consideraciones
 - 6.3.2- Revisión de conocimientos previos
 - 6.3.3- Dominio y codominio
 - 6.3.4- Periodicidad
 - 6.3.5- Amplitud
 - 6.3.6- Generalizaciones y relatos de procedimientos de construcción
 - 6.3.7- Concepto de hipótesis
 - 6.3.8- Utilización del texto teórico
 - 6.3.9- Uso de software
- 6.4- Características encontradas de los obstáculos didácticos

CAPÍTULO 7: EL SOFTWARE COMO HERRAMIENTA PARA EL APRENDIZAJE

133

- Introducción
- 7- Descripción de las estrategias de aprendizaje de la matemática con software según la caracterización de los alumnos
 - 7.1- Enfoque superficial
 - 7.2- Enfoque superficial logro
 - 7.3- Enfoque profundo
 - 7.4- Enfoque profundo logro
 - 7.5- Enfoque de logro
 - 7.6- Enfoque de bajo logro
- Conclusión

ALGUNAS CONSIDERACIONES ACERCA DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	144
BIBLIOGRAFÍA	148
Anexo 1: Instrumentos para el desarrollo del curso aplicado a la muestra	164
Anexo 2: Tablas de análisis	190
Anexo 3: Resultados de los perfiles prototípicos según el CEPEA	211

INTRODUCCIÓN

Al realizar una mirada retrospectiva sobre mi vida como docente, advierto que mis intereses estuvieron siempre ligados a la manera de aprender de los alumnos y a los estudios en didáctica.

Es así que al iniciar esta tesis, la mirada estuvo puesta en los problemas de comprensión del aprendizaje de la matemática con software tomando como población estudiantes de primer año de las carreras de la U.N.Ca. Sospechaba que estos problemas estaban relacionados con la metodología matemática: generalizar, particularizar, negar, demostrar, utilizar los distintos lenguajes -simbólico, gráfico, coloquial-.

Mi inquietud se canalizó hacia el estudio de las estrategias de aprendizaje que los estudiantes desarrollan, inquietud profundizada por mis trabajos para los diferentes cursos de la maestría, donde la presencia académica y los comentarios de los docentes fueron determinantes.

En meses posteriores realicé el curso de postgrado sobre el tema con el Dr. Justicia de la Universidad de Barcelona, con quien estudié también el cuestionario CEPEA para determinar el perfil de los estudiantes. Además, durante la pasantía para esta tesis adapté el cuestionario al vocabulario y las formas de hablar de nuestro entorno.

Los cuestionamientos más relevantes que me he hecho y que fueron cruciales para encarar caminos decisivos respecto de la metodología y la problemática general de la tesis fueron el convencimiento de que es el problema el que define la metodología a aplicar en la investigación y así, la metodología cualitativa es la más apropiada para encarar este tema. La importancia de los saberes previos en el aprendizaje y el hecho de que no todas las personas aprenden de la misma manera influyeron muy fuertemente en la construcción de los instrumentos de recogida de datos. Esto y la influencia que ejercen las "maneras de enseñar" sobre el aprendizaje de los alumnos provocaron que agregara un capítulo a la tesis que estudia los obstáculos para llegar a la construcción del conocimiento, partiendo desde los errores que cometen los alumnos.

Por ello es que esta investigación tiene mucho de mi vida profesional como docente, de reflexiones que han ido madurando con el tiempo, de conocimientos profundizados en relación con los temas y la metodología tratados y discutidos con mi director. En los primeros tres capítulos planteo el marco teórico, en el cuarto la metodología utilizada y en los tres últimos el análisis y conclusiones de los materiales recogidos con relación a los temas estudiados.

El Capítulo 1 es un recorrido crítico sobre los modelos de investigación en didáctica e investigación en didáctica de la matemática. Se muestra cómo algunas concepciones de

didáctica de la matemática se han desprendido de los modelos en didáctica, y, en este sentido, se refieren similitudes, conceptos y metodologías de observación y acción utilizados por ambos. También se hace referencia a la evolución histórica de ellos y la sustitución de los paradigmas a partir del siglo XX, desde el paradigma presagio producto, el proceso producto, los paradigmas mediacionales, ecológicos y psicológicos. En este capítulo se analizan desde la escuela francesa de Didáctica de la Matemática, que ha producido la Teoría de las Situaciones Didácticas, las cuestiones para las cuales una aproximación psicológica puede ser apropiada y el tipo de fenómenos de interés a investigar en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En el Capítulo 2 se describen las teorías del aprendizaje, en particular aquellas que establecen las diferencias individuales y de procesamiento entre los estudiantes y que han desarrollado metodologías propias de investigación, tales como las de Piaget, Vigotsky, la Teoría del Procesamiento de la Información, la Teoría de los Esquemas, la Teoría de las Inteligencias Múltiples y la Psicología Cognitiva. Se hace referencia a la descripción de la adquisición de conocimientos en cada una de ellas y las consecuencias para la enseñanza y el aprendizaje.

Se conceptualizan en el Capítulo 3 las estrategias de aprendizaje de acuerdo con diferentes modelos y se revisan los aportes en el desarrollo de estas investigaciones. La categorización de las estrategias de aprendizaje se aborda desde los conceptos de distintos autores y se relaciona a las estrategias con los estilos de aprendizaje individuales mostrando cómo intervienen en el procesamiento de la información. Se describe el modelo de Biggs, en el que me he apoyado para desarrollar este trabajo. Partiendo de su concepción de aprendizaje se caracteriza cada uno de los estilos y se describen las propiedades básicas y generales de los enfoques prototípicos de aprendizaje, usando como instrumento el Cuestionario de Evaluación de Procesos de Estudio y Aprendizaje (CEPEA) diseñado por Biggs.

En el Capítulo 4 se explicita y justifica la metodología cualitativa utilizada. En la primera parte se describen la población y la muestra, el diseño del trabajo de campo con la construcción de los instrumentos y, brevemente, cómo se aplicaron los instrumentos para recoger los datos de interés. Finalmente, se relata el proceso de análisis de los datos recogidos, se justifica la suficiencia de la muestra y se triangulan las fuentes y los análisis realizados, en un "ida y vuelta" de la teoría a las observaciones, de los datos entre sí y del cruzamiento de la información obtenida.

En el Capítulo 5 se caracteriza a los alumnos según el cuestionario CEPEA y según los análisis realizados a sus trabajos. Se describen las estrategias adoptadas para el aprendizaje de la matemática con software discriminando las que corresponden a los perfiles superficial, profundo y de logro. Se compara el perfil obtenido mediante el cuestionario con el

perfil obtenido mediante los análisis de los instrumentos de recogida de datos para validar ambos resultados.

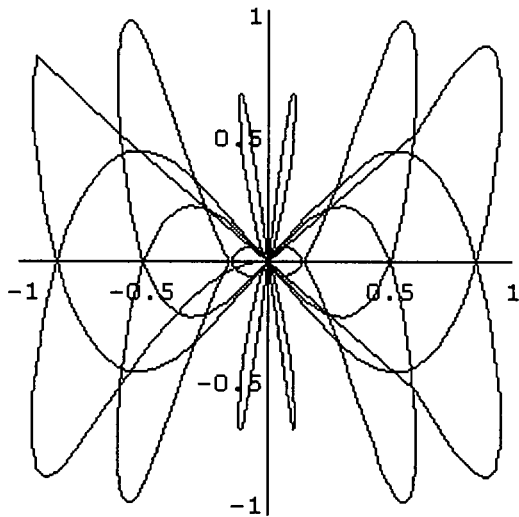
En el Capítulo 6 se describe el proceso que sigue cada uno de los alumnos para construir el conocimiento matemático y la influencia que tiene en el aprendizaje el uso de software. Se hace referencia al aporte de la teoría de las situaciones didácticas en el estudio de esos procesos. Se analizan los modos de aprender matemática, las particularidades de cada caso según el tipo de error cometido y se indaga acerca del origen de ese error: en muchos casos, el origen del error se encuentra vinculado a la construcción de los contenidos matemáticos y a la relación de esos contenidos con otros; en otros, los errores se relacionan con conocimientos anteriores, conocimientos previos, y con interpretaciones de los alumnos respecto de la enseñanza de los docentes.

En el Capítulo 7 se analizan las características de las estrategias de aprendizaje con software respecto de los temas matemáticos tratados según los perfiles prototípicos; las estrategias cognitivas utilizadas para resolver los problemas de la matemática planteados, con software y su dependencia para con el perfil del alumno. Además, se discute cómo las estrategias definen la utilización de herramientas propias de la disciplina: la generalización, la justificación, los lenguajes y sus traducciones, la construcción de conceptos.

Por último, se establecen precisiones acerca de la función del saber durante el aprendizaje y después del mismo, y acerca de las alteraciones que las situaciones de referencia producen en el significado de los conceptos tratados. También cómo la indagación sobre los procesos de aprendizaje registra los sucesos en su evolución, en un estado de progreso constante, observando las situaciones e indagando los juicios, interpretaciones y perspectivas de los participantes. Se caracterizan las relaciones entre el dispositivo didáctico diseñado, utilizando el software como mediador del aprendizaje, y los resultados de ese aprendizaje y los estilos y estrategias que poseen los alumnos.

MODELOS TEÓRICOS EN INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA

1



Introducción

Los estudios y trabajos de investigación se desarrollan profundamente condicionados por la respuesta explícita o implícita que cada investigador o grupo de investigadores dan a tres tipos básicos de problemas:

- la definición del objeto: los supuestos y creencias que definen vaga o rigurosamente las peculiaridades del objeto a investigar determinan el tipo de problema que se plantea y las expectativas que se albergan en la investigación.
- el planteamiento epistemológico: todo investigador adopta una determinada posición epistemológica que define su modo de concebir la producción del conocimiento científico, así como también la caracterización formal del objeto a estudiar. En el campo de la didáctica este planteamiento adquiere especial relevancia ya que se le exige conocer pero además regular y orientar la práctica, lo que complejiza su status científico.
- los procedimientos metodológicos: las decisiones sobre procedimientos metodológicos no son autónomas ni independientes: estas estrategias y procedimientos dependen de la conceptualización de la enseñanza y de la forma en que se definen las relaciones entre la práctica y la teoría.

Siguiendo a Bunge (1973), un modelo teórico conceptual es una representación mental de un sistema real, de su estructura y de su funcionamiento. Estos modelos teóricos trabajan dentro de un paradigma (Kuhn, 1975) en busca de la evidencia empírica suficiente para aceptarlos, modificarlos o rechazarlos.

Como sostiene Pérez Gómez

“Cada investigación utiliza las estrategias metodológicas que considera oportunas en función del modelo conceptual en el que implícita o abiertamente se apoya”. (1989:88)

En la vida del aula interactúan procesos de enseñanza y aprendizaje, variables estables y accidentales que han sido objeto de investigaciones experimentales y cuasiexperimentales, sobre todo a partir de los años sesenta. Estas investigaciones se han apoyado en modelos implícitos o explícitos cuya conceptualización ha resultado en muchos casos escasa, pero ha evolucionado desde entonces en modelos teóricos, concepciones epistemológicas y metodologías de investigación. Así se asume una perspectiva selectiva y un enfoque que determina el objeto de investi-

gación en función del propio juicio sobre la importancia relativa de las diferentes variables y procesos que ocurren en el aula.

En didáctica, la evolución de los modelos y la sustitución de los paradigmas se ha realizado en un sentido de mayor profundidad y extensión, para abarcar y reflejar con mayor fidelidad la complejidad de los fenómenos reales que ocurren en el ámbito del aula. La investigación se viene realizando desde dos perspectivas o paradigmas fundamentales: la perspectiva racionalista, "positivista", "conceptual-empírica", "investigación cuantitativa"... dominante y casi exclusiva hasta mediados de la década del setenta y la perspectiva "interpretativa", "hermenéutica", "cualitativa", que se desarrolla desde paradigmas o modelos de investigación que profundizan la significación y relevancia en el ámbito de la explicación y en el de la práctica¹.

La interconexión entre la didáctica general y las especiales puede clarificarse teniendo en cuenta el análisis que hace Bunge (1985a) de la relación teoría general y teoría específica. Según explica este autor, una teoría general, como indica su nombre, concierne a todo un género de objetos, en tanto que una teoría específica se refiere a una de las especies de tal género.

Intento en este apartado reflexionar acerca de las relaciones entre el desarrollo de la investigación en didáctica y en didáctica de la matemática discutiendo la posibilidad de construir un "área de conocimiento", que explique y sirva de fundamento a la comunicación y adquisición de los contenidos matemáticos. En este sentido, explicita Benedito:

"Las didácticas especiales, como la de la matemática, aparecen frecuentemente clasificadas como "capítulos" o enfoques diferenciales de la didáctica, en ocasiones desconociéndose el calificativo de ciencias de la educación propiamente dichas". (1987:90)

Pero la didáctica de la matemática desarrolla su propia teoría, sus métodos observacionales como teoría científica considerando como ingrediente fundamental el contenido matemático en cuestión. Para la Didáctica de la Matemática existe una comunidad de investigadores en la cual surgen varios programas de investigación que producen teorías de la Educación Matemática. Se trata de describir el "estado de la cuestión" sobre esta problemática, centrándose en la actividad desarrollada por los grandes núcleos de investigadores, en particular los grupos TME (Theory of Mat-

¹ En la actualidad emerge un nuevo paradigma, el paradigma crítico como perspectiva alternativa a los modelos tradicionales de investigación.

hematics Education), PME (Psychology of Mathematics Education), la escuela francesa de Didáctica de la Matemática y otros núcleos de investigadores que podrían producir resultados relevantes.

En los apartados siguientes se caracteriza cada uno de los paradigmas en los que se ha centrado la investigación en didáctica y las corrientes de investigación en didáctica de la matemática que han surgido a partir de ellas. Se realiza un análisis crítico de cada una y se comentan las relaciones entre la teoría de las situaciones didácticas (escuela francesa) en matemática y las corrientes psicológicas de investigación contemporáneas.

1.1. PERSPECTIVAS FUNDAMENTALES

La concepción racionalista

Contempla la enseñanza como la actividad de una persona que transmite y favorece el aprendizaje de otra. Desde esta definición de objeto se muestra el influjo del profesor al alumno como lineal y unidireccional y se considera al comportamiento del docente como variable exclusiva del rendimiento académico del alumno. Las investigaciones se centran en el análisis de la eficacia docente mediante la determinación del grado de correlación entre las distintas formas de comportamiento docente (variable proceso) y el rendimiento académico que se supone que provocan (variable producto). Este enfoque parte del supuesto de la unidad del método científico, a través del método hipotético deductivo aplicado tanto en las ciencias humanas como en las de la naturaleza. Se concibe el conocimiento científico como un proceso de descubrimiento de las relaciones causales que existen ya y que configuran la realidad dada. Los procedimientos metodológicos se apoyan en la aceptación de la metodología de las ciencias naturales como el standard de la metodología científica. La validez interna y la fiabilidad son requisitos del rigor y la credibilidad, aún a costa de la relevancia. El interés por un modelo de ciencia única busca la generalización, con lo que se rechazan aspectos de la realidad que dificulten la abstracción, la generalización y la capacidad de predicción. Los procedimientos básicos que utiliza el enfoque racionalista para conseguir el rigor del método científico son el control experimental, la observación sistemática del comportamiento y la correlación de variables (Bellack, 1978).

La perspectiva hermenéutica

Surge como alternativa a este modelo dominante al constatar que las investigaciones y estudios llevados a cabo bajo esos supuestos plantean cuestiones equivocadas, siguen métodos muy restrictivos y contribuyen de forma precaria a la comprensión de fenómenos y acontecimientos que ocurren en el aula. Este enfoque rechaza la consideración restringida de los fenómenos y procesos de enseñanza, por lo que el objeto de investigación abarca cuantos fenómenos y procesos caracterizan la vida del aula, los proyectos educativos que allí se desarrollan, los mecanismos concretos que intervienen en las negociaciones situacionales de los intercambios humanos. Para definir e identificar las peculiaridades del clima ecológico del aula (Doyle, 1979) no es suficiente considerar los aspectos observables del mundo físico y del comportamiento humano, se requiere la comprensión del mundo, de los significados subjetivos con los que quienes vivencian tal escenario observan, perciben, interpretan y asimilan los acontecimientos e interacciones que singularizan la vida del aula. El objeto de investigación didáctica son los proyectos educativos que se desarrollan en el aula y los mecanismos concretos que intervienen en la negociación situacional de los intercambios humanos. Los significados, razones e intenciones se interpretan y se comprenden. Se rechaza la concepción unitaria de la naturaleza, el conocimiento se produce modificando profundamente al productor, por lo que se rechaza la unidad del método científico y en especial la idea de que las ciencias naturales y su método representan el modelo ideal de ciencia y de método científico. Se afirma la pluralidad de métodos para la comprensión racional de la realidad y la necesidad de desarrollar métodos propios de investigación. La relación entre teoría y práctica es complementaria y circular. Los procedimientos metodológicos se acomodan a los planteamientos y supuestos de la investigación cualitativa. La observación participativa, el estudio de casos, la investigación en la acción, son estrategias metodológicas consecuentes con los presupuestos de la investigación cualitativa y se apoyan en la presencia prolongada del investigador en el contexto de investigación. Los procedimientos más importantes son la observación persistente, el proceso de triangulación, las comprobaciones de los participantes, la descripción densa, las pistas de revisión.

1.2- DESARROLLO DE LOS PRINCIPALES MODELOS CONCEPTUALES DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA Y SU INFLUENCIA EN LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.

En este apartado se explicitan y analizan los modelos conceptuales que subyacen a los principales movimientos de investigación didáctica desarrollados a lo largo del siglo XX. En ellos se encuentran continuas referencias, desde intereses y problemas diversos a los planteamientos y supuestos de los enfoques, racionalista y hermenéutico, descritos en los apartados anteriores. Nuestro supuesto es que en cada investigación se utilizan estrategias metodológicas en función del modelo conceptual en que implícita o explícitamente se apoya el investigador o el grupo de investigadores. También sostenemos que cada uno de los modelos conceptuales ha tenido fuerte influencia en el desarrollo de la enseñanza e investigación en didáctica de la matemática..

Se revisan los paradigmas:

- presagio – producto.
- proceso – producto.
- mediacional centrado en el alumno.
- mediacional centrado en el profesor
- mediacional integrador
- ecológico.
- psicológico

La aparición de estos paradigmas supone un movimiento evolutivo, a pesar de lo cual no es fácil reconocer la sucesión de los mismos ni identificar límites temporales y espaciales. No se puede afirmar tampoco que alguno de ellos haya triunfado sobre los demás, debido a esto se utiliza el concepto de paradigma en forma análoga y no rigurosa (Kuhn, 1975). El paradigma presagio – producto ya no se encuentra vigente y el proceso- producto ha recibido tantas críticas y ha tenido que producir tantas explicaciones “ad hoc” y reformularse tan frecuentemente que aparece también como muy debilitado e irreconocible (Pérez Gómez, 1989), pese a ello decidimos incluirlo en esta revisión.

1.2.1- Paradigma presagio-producto:

Se considera en este paradigma los trabajos y estudios que se realizaron desde los años 30 (Walker, 1935, "The Common-Wealth Teacher-Training Study") y que concibe la eficacia de la enseñanza como un efecto directo de las características físicas y psicológicas que definen la personalidad del profesor. Ésta sería la variable que aplicada a la enseñanza, a cualquier alumno, grado, materia, objetivo, daría los resultados deseados. Los diseños abarcan las siguientes relaciones: aptitudes del profesor-rendimiento académico, aptitudes del profesor juicio del alumno, aptitudes del profesor-juicio de especialistas y expertos. No considera lo que realmente ocurre en el aula ni los efectos contextuales que condicionan el comportamiento del profesor y el del alumno, ni los efectos mediadores de las actividades de aprendizaje que realiza el alumno.

Si se considera como variable de presagio a la personalidad del profesor, se olvida lo que el profesor "hace" y la relación discontinua entre el "ser" y el "actuar". Tampoco se tienen en cuenta los efectos contextuales que condicionan el rendimiento académico, las mediaciones producidas por el comportamiento de ambos, profesor y alumno ni el papel que juegan las actividades de aprendizaje que realiza este último. Es un modelo de "caja negra" donde no se explicitan o clarifican los conceptos y supuestos en que se apoya, donde los criterios de investigación y el propio modelo están muy difuminados.

Estos estudios han sido los primeros intentos de investigación sobre la enseñanza, denominados modelo de caja negra, conceptualmente muy simplista y reduccionista y que no alcanza para explicar y prescribir los sucesos del aula. Este modelo se ha enseñado y reproducido para todas las didácticas, especialmente para la formación docente; sus rasgos característicos se encuentran presentes en la práctica docente diaria.

1.2.2- Paradigma proceso-producto:

Esta línea centra su estudio en los métodos eficaces de enseñanza. Se percibe la necesidad de romper el hermetismo de la caja negra y comenzar a considerar variables del proceso; se presta atención a las variables internas que ejercen un influjo mediador entre las capacidades del profesor y el rendimiento del alumno y que son capaces de explicar el resultado diferencial de profesores con capacidades y características personales similares. Estas investigaciones presentan dos fases: 1)

comprobar experimentalmente la eficacia de diferentes métodos globales e identificar el más eficaz; 2) enseñar el modelo más eficaz en las escuelas de formación del profesorado. La mayoría de estos proyectos definieron métodos globales difícilmente operacionalizables y comparables (Lippit y White, 1943; Anderson, H., 1939). La unidad de análisis es más el alumno que el profesor pero sus conclusiones fueron inconsistentes y contradictorias no pudiéndose establecer relaciones entre estilos docentes o procedimientos metodológicos y efectos apreciables en los alumnos.

En la década de los sesenta se toma conciencia de la necesidad de analizar los procesos mismos que ocurren en el aula y proporcionar algo de luz en el interior de la caja negra. El intento más significativo y fecundo durante esta época lo constituye el movimiento de "observación sistémica en el aula" y el "análisis de interacción" (Flanders, 1970; Amidon, 1966; "First Handboock of Research on Teaching, 1963). Se observa el comportamiento real del profesor en el aula, el objetivo de investigación es identificar patrones estables de comportamiento que puedan estimarse como estilos reales de enseñanza y establecer correlaciones entre patrones estables de conducta, estilos docentes y rendimiento académico de los alumnos. El comportamiento del profesor - medido a través de escalas de categorías de observación - es la variable independiente y el rendimiento del alumno - medido a través de pruebas y tests específicos - es la variable dependiente. Hay una marcada tendencia a establecer una relación causal entre la variable independiente y la dependiente donde se verifique una correlación aceptable.

El instrumento para el desarrollo de las investigaciones "de análisis de interacción" son las escalas de categorías de observación. Las escalas son conjuntos de categorías mutuamente excluyentes que intentan abarcar todos los posibles tipos de comportamientos observables del profesor, y a veces del alumno, que se consideran importantes para definir un estilo docente y el carácter de la interacción. La observación es generalmente directa y en el ambiente natural de la clase, realizada por varios observadores previamente entrenados. La variable independiente (variable proceso) es configurada por el comportamiento del profesor y las variables dependientes (variables producto) están constituidas por el rendimiento académico del alumno. Esta simplicidad ha impulsado el desarrollo de la investigación pero ha producido resultados pobres ya que la variable comportamiento del profesor, en sí misma, no constituye una variable independiente con capacidad de predicción. Sin embargo, el paradigma proceso-producto implicado en el análisis de interacción u ob-

servación sistémica ha sido el motor principal del desarrollo de la investigación científica de la enseñanza. Las investigaciones sobre "interacción en el aula" han provocado un espectacular desarrollo en la realización y representación de comportamientos del aula y en nuestra capacidad para pensar acerca de la enseñanza y sus efectos.

Se destacan dos cuerpos conceptuales por su consistencia en la definición de profesor eficaz ó mejor, enseñanza eficaz: el estilo docente denominado "enseñanza directa" y el concepto "tiempo académico de aprendizaje", ALT" (Academic Learning Time) (Tylor, G. C., 1981; Brophy, 1976; Medley, 1980; Berliner, 1980; Peterson and Walbert, 1979). Las características del comportamiento del profesor que aparecen con mayor frecuencia relacionadas con el rendimiento satisfactorio del alumno son aquellas que definen la enseñanza directa, es decir, las clases enfocadas académicamente, dirigidas por el profesor con materiales estructurados y objetivos académicos concretos, con poco espacio para la imaginación y espontaneidad. Estas investigaciones, según Horwitz (1979), han aportado los siguientes resultados, básicamente en lectura y matemática: la instrucción directa tiende a favorecer el desarrollo de capacidades básicas de retención y comprensión y de adquisición de contenidos mientras que la abierta o menos directa favorece el desarrollo de capacidades más abstractas, creativas y operatorias; la instrucción directa asume que los únicos objetivos educativos son los mensurables, el incremento de adquisiciones observables de los alumnos y que todos los niños aprenden de la misma manera. Pero se considera que la instrucción directa no puede considerarse como un estilo docente universalmente válido y la variable proceso: comportamiento docente, no puede explicar por sí sola los efectos de la enseñanza.

Para resolver estas inconsistencias se busca un "constructo" de variables que ya no son definidas únicamente por el comportamiento del profesor y que mantienen una correlación estable con los resultados académicos. Ejemplo de éste modelo es el "Beginning Teacher Evaluation Study (BTES)" (1975-1979) que considera la variable tiempo (asignado, ocupado, académico de aprendizaje) como influyente en el comportamiento del profesor y las adquisiciones del alumno. El tiempo de aprendizaje académico es un "constructo" a partir de dos variables estudiadas por Fisher (1978), Berliner (1980) y Filby (1977): el tiempo que el alumno ocupa en tareas de aprendizaje y la tasa de éxitos que consigue. Este constructo hace referencia a va-

cf
ref
22

riables de contenido curricular y a variables del alumno. De esta manera se transforma el paradigma y se sustituye por otro modelo con mayor potencial explicativo.

Se asume un modelo de tres factores ya que el comportamiento interactivo en el aula sólo puede comprenderse a través de sus efectos en ALT y donde el tratamiento de los datos requiere al menos de dos matrices de correlación y abre las puertas a modelos más complejos y menos mecánicos. Ejemplo de esta evolución son modelos de tipo mediacional como los planteados por Gage, Dunkin y Biddle, Berliner y especialmente Medley. El modelo de Dunkin y Biddle es un modelo complejo en el que se contemplan cuatro tipos de variables: variables presagio (características del profesor), variables contexto (características que el profesor ha de considerar como previas y dadas), variables proceso (comportamiento en clase del profesor y el alumno y cambios observables en el comportamiento de ambos) y variables producto (efectos observables en el alumno a corto y a largo plazo). Como se observa, se sigue definiendo el proceso de enseñanza como interacción personal, pero ya adquiere aquí una dimensión bidireccional y se admite que el modelo de currículum a enseñar y el modelo de sistema social que rige en el aula son también importantes factores que intervienen en la caracterización del proceso. La orientación predominante se ocupa en la búsqueda de relaciones generales entre procesos de enseñanza y adquisiciones del alumno, con indiferencia del tipo de contenido objeto de enseñanza aprendizaje. Los modelos conceptuales para estudiar los procesos de enseñanza son complejos, y aunque se mantienen en la perspectiva cuantitativa y enfatizan los métodos de observación sistemática, difícilmente pueden ser tratados con los presupuestos del paradigma proceso-producto. En el paradigma de Medley (1980), por ejemplo, el aprendizaje no es una consecuencia inevitable de la enseñanza, el aprendizaje proporciona a los alumnos la oportunidad de aprender, la eficacia del profesor depende de factores contextuales y curriculares, de lo que el alumno sea capaz de procesar.

Estos esquemas tienen la virtud de situar en un punto las variables que intervienen en una situación de enseñanza-aprendizaje, pero poco pueden decir de los procesos internos que realizan tanto el profesor como el alumno, de las decisiones, capacidades y conocimientos que se ponen en juego y de la configuración activa y actuante del contexto como espacio físico y psicosocial. Son las variables ignoradas en la evolución de este paradigma el punto de partida para construir nuevos modelos de explicación. Se encuentra ausente la variable mediacional y no se ad-

vierte la necesidad de conceptualizar la enseñanza como un producto situacional flexible y cambiante, por lo que la explicación de los procesos de enseñanza aprendizaje es inconsistente sea cual fuera el diseño de la investigación.

1.2.2.1. Crítica y reformulación del modelo

El modelo proceso – producto se ha ido reformulando y perfeccionado a través del estudio y crítica de sus investigaciones y variables. Dentro de estas evoluciones se mencionan las concernientes a la variable independiente: el comportamiento observable del profesor en el aula. Esta variable puede no ser el reflejo del comportamiento habitual y frecuente del profesor, incluso los comportamientos habituales pueden no ser relevantes para determinar el sentido del aprendizaje (Shavelson y Dempsey, 1975). Las múltiples estrategias metodológicas que implican flexibilidad y cambio cuestionan por sí mismas la estabilidad de tal comportamiento. Otro factor a considerar es que la validez de las investigaciones implica largas observaciones y la flexibilidad y comprensión de las categorías de observación que el modelo no permite. El comportamiento del profesor es una variable dependiente y su eficacia es relativa, por lo que los resultados aparecen inconsistentes en muchos casos. La instrumentación y metodología del modelo exigen utilizar escalas de observación a través de la construcción de un sistema de categorías, lo que supone un modelo teórico de referencia que se debe explicitar.

La objetividad y rigurosidad de este modelo presenta inconvenientes: las categorías deben ser exhaustivas y mutuamente excluyentes, se deben referir a comportamientos concretos y específicos pero, como afirma Jackson (1979), en la situación de enseñanza, las actividades del profesor no son entidades discretas y se deben considerar en una red de referencia. Es necesario considerar la diferencia entre la definición conceptual y operacional de las categorías. Investigadores como Simon y Boyer (1970), Rosenshine (1971) y Dunkin y Biddle (1975) consideran que en investigaciones de este paradigma no está clara la posibilidad de comparar diferentes categorías de comportamiento conceptualmente similares pero operacionalmente diferentes y que esto provoca problemas de registro e interpretación. La claridad conceptual y terminológica es imprescindible, se debe elaborar un lenguaje común y una teoría equiparable.

No está claro tampoco si la variable dependiente considerada, los productos de la enseñanza percibidos por los alumnos, se refiere a la adquisición de conceptos

académicos, a la configuración de habilidades, a la formación de actitudes y disposiciones, a los métodos y estrategias de pensamiento. Esto último condiciona la utilización de tests y pruebas de rendimiento y la especificidad de la investigación. A pesar de que el modelo ha sido duramente criticado, ha producido resultados en lo que se refiere a la enseñanza del profesor. Las características del profesor que aparecen relacionadas con el rendimiento satisfactorio del alumno son aquellas que definen esta enseñanza. Tales resultados se obtuvieron siempre en investigaciones sobre adquisiciones de habilidades básicas, especialmente en lectura y matemática y donde las clases están enfocadas académicamente, dirigidas por el profesor utilizando materiales estructurados y organizados secuencialmente con objetivos académicos concretos y actividades claras dirigidas y supervisadas por el profesor con poco espacio para la improvisación y la espontaneidad.

Desde diferentes ámbitos de la investigación se realizan observaciones tales como las críticas a metodologías utilizadas y la mención de variables que no se tienen en cuenta en los diseños elaborados. Por un lado, la definición unidireccional del tráfico de influencias distorsiona los movimientos reales del flujo de la influencia en el aula. Los alumnos, a través de su comportamiento individual y colectivo, explícito y latente, influyen en la actuación del profesor (Fiedler, 1975; Noble and Nolan, 1976; Klein, 1971) y la reacción del alumno a las propuestas del profesor son factores que condicionan sus actuaciones posteriores. Por otro lado, es un error metodológico por cuanto supone afirmar relaciones de causalidad donde sólo se han constatado grados de correlación. El punto central de la crítica es la reducción de los comportamientos observables, pues considera sólo las manifestaciones observables y mensurables del comportamiento y se pierden los procesos reales de interacción simplificando los resultados. Se rechazan e invalidan la intencionalidad del comportamiento, las consideraciones subjetivas de los actores, por lo que se dificulta la comprensión real del significado de los fenómenos que se observan. La lógica de este esquema hace abstracción de las peculiaridades del contexto de la clase, establece relaciones entre formas de comportamiento, estilos docentes y rendimiento académico del alumno. Nutahll (1974) establece las siguientes inconsistencias: en una misma clase un investigador encuentra correlaciones significativas proceso-producto y otro investigador no; un mismo investigador, utilizando el mismo procedimiento didáctico encuentra correlaciones significativas proceso-producto y en otra clase no. Lo que sucede es que (Dunkin, 1975) cualquier relación proceso-producto

cr
p

puede ser inútil cuando varía considerablemente el contexto en el que se produce la enseñanza.

De los comentarios anteriores se sigue que la variable “producto de la enseñanza” se define restrictivamente, los efectos de las actividades de aprendizaje son mucho más amplios y relevantes. Los conocimientos adquiridos se organizan en cueros significativos, se desarrollan estrategias de pensamiento, disposiciones y actitudes afectivas. Los instrumentos de observación son rígidos y adolecen de pobreza conceptual: las escalas de categorías de observación simplifican y homogenizan la tarea de los observadores y el tratamiento estadístico de los datos, pero restringen el campo de observación pues no puede dar cuenta de las perturbaciones de cada aula, de las situaciones peculiares y los intercambios en cada grupo. Los resultados atípicos son tratados como ruidos, se buscan patrones y generalizaciones y se pierden sucesos inesperados y poco usuales que resulten probablemente significativos. La construcción de categorías supone una concepción previa de la enseñanza que generalmente no se explicita ni analiza. En este esquema no es fácil integrar los procesos y los contenidos, se olvida la importancia del contenido en la determinación específica de los procesos de comunicación e intercambio, se buscan relaciones generales entre procesos de enseñanza y adquisiciones del alumno con indiferencia del tipo de contenido objeto de la enseñanza aprendizaje. Pero

“... el conocimiento científico formulado a través de teorías posee una organización lógica, significativa, y se produce mediante la utilización de métodos rigurosos de búsqueda heurística y contrastación experimental...” (Pérez Gómez, 1989: 113).

Las peculiaridades del contenido exigen organizar el contexto, las clases, el comportamiento del profesor, para favorecer determinadas actividades y experiencias de aprendizaje. El alumno es un activo mediador en el proceso de enseñanza y aprendizaje y este paradigma, no puede no tenérselo en cuenta a la hora de estudiar los procesos que ocurren en el aula. La concepción del aprendizaje de este paradigma es conductista y mecánico.

1.2.2.2. Primeras investigaciones en enseñanza de la matemática

Durante la evolución del paradigma proceso-producto aparecen dos obras de envergadura en temas referidos a la resolución de problemas en matemática: “An essay on the psychology of invention in the mathematical field” de Jacques Hada-

mard (1865 – 1963) y “How to solve it” (1945) de George Polya, el último de mayor trascendencia, sobre todo en décadas posteriores. En este año cobra protagonismo la escuela de la Gestalt y aparecen los trabajos “Productive Thinking” de Max Wertheimer y “On Problem Solving” de Karl Duncker. La psicología de la Gestalt, surgida en Alemania, enfrenta el asociacionismo imperante a principios del siglo y aborda la temática de la estructuración del conocimiento y por tanto asume la resolución de problemas, destacando el papel significativo de la representación que posee el sujeto resolutor de las condiciones e información que brinda el problema, lo cual le facilitaría o dificultaría la resolución del mismo. Posteriormente Polya sigue trabajando sobre las ideas planteadas con Szegö en 1925 y más detalladas en el How to solve it, y aparecen el Mathematical and Plausible Reasoning (1954) y el Mathematical Discovery (1962 y 1965) donde se concretan toda una serie de ideas sobre la importancia y posibilidad real de poner en práctica una verdadera instrucción heurística. Se refieren diferentes investigaciones y experiencias dedicadas a la Resolución de Problemas y en general a la necesidad de enseñar a pensar, temas que se abordan desde los enfoques de las operaciones cognitivas (Feuerstein, Klausmeier), de orientación heurística (Rubinstein, Schoenfel, De Bono); del pensamiento formal, del pensamiento por medio del lenguaje y la manipulación de símbolos, y del llamado pensar sobre el pensamiento, mostrando la evolución del paradigma hacia el paradigma mediacional.

Es recién en la década de los 80 cuando en EEUU se implementan las ideas de Polya, sobre todo en lo concerniente al proceso de resolución de problemas. Este período se toma como inicial en esta problemática a partir de que la National Council of Supervisors of Mathematics de EEUU declarara que aprender a resolver problemas es la razón principal del estudio de las matemáticas. Es a partir de la recomendación hecha por la National Council of Teacher of Mathematics de los EEUU, en su Agenda for Action (1980) de que en los 80 la resolución de problemas debía ser el centro de atención de las matemáticas escolares, que realmente se toman en cuenta por investigadores en educación matemática y profesores la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas. Una información más detallada puede encontrarse en la obra de Alan Schoenfeld (1985) “Mathematical Problem Solving”.

1.2.3. Paradigmas mediacionales:

El paradigma mediacional contempla variables contextuales y curriculares y advierte la necesidad de conceptualizar la enseñanza como un producto situacional flexible y cambiante. En su evolución ha producido diferentes enfoques centrados en el profesor, en el alumno o integrando los ámbitos de los dos sujetos. Estos modelos ofrecen diseños de tres factores y utilizan procedimientos cualitativos y cuasi experimentales de análisis y tratamiento de datos.

1.2.3.1. Paradigma mediacional centrado en el profesor.

El paradigma mediacional centrado en el profesor supone una perspectiva específicamente situada en el ámbito de la enseñanza mas que en el ámbito del aprendizaje. Se asume que la enseñanza puede considerarse como un proceso de planificación y ejecución de actuaciones conscientes o automáticas. Dentro de este esquema, el comportamiento docente o pedagógico es el resultado del pensamiento del profesor, de sus conocimientos, de sus estrategias para procesar la información y utilizarla en la resolución de problemas y de sus actitudes y disposiciones personales. El objeto fundamental de la investigación sobre la enseñanza en este modelo es identificar las variables que configuran el proceso de elaboración y ejecución de decisiones, los factores que determinan la construcción de significados por parte del profesor con respecto al ámbito concreto de los procesos de enseñanza aprendizaje. El pensamiento del profesor es el que puede actuar de acuerdo a las exigencias de la racionalidad tecnológica (Bunge, 1973; Quintanilla, 1980), el que puede conocer y diagnosticar una situación peculiar, elaborar estrategias y contrastar su eficacia. Se concibe la enseñanza como un proceso tecnológico de resolución de problemas.

Estos supuestos conducen a una clara distinción entre actividades y procesos que realiza el profesor previos a la enseñanza; los procesos mentales que subyacen al comportamiento; y los procesos que realiza en el intercambio del aula, enseñanza interactiva, comportamiento interactivo (Jackson, 1979; Shavelson, 1976; Sanders and Schwab, 1980). Es el profesor el que define la situación y quien decide como afrontarla. Las decisiones del docente son el resultado de cuatro tipos de influjos que llegan al profesor como informaciones a procesar: las expectativas que el profesor pone en cada uno de sus alumnos y en el aula como grupo; las creencias, teorías y actitudes sobre educación que éste posee; la naturaleza de las tareas de instrucción; y la disponibilidad de materiales y estrategias alternativas. Todo este conjunto de

informaciones es la base que utiliza el profesor para decidir sobre las diferentes tareas que debe realizar. El profesor debe realizar la planificación, que constituye el eje del comportamiento preactivo y es el reflejo de la capacidad de prever y diseñar. Además debe tener un comportamiento interactivo, realizar tareas atendiendo a actividades simultáneas y tomar decisiones sobre la marcha. No es un observador indiferente, participa de los acontecimientos del aula y se encuentra personalmente implicado en ellos. En relación a las capacidades del profesor, Doyle (1977b) explicita las siguientes: agrupamiento de sucesos discretos en unidades funcionales, diferenciación de unidades en términos de su relevancia a corto y largo plazo, tratar dos o más acontecimientos claves, rapidez de juicio, controlar la duración de los procesos. Por ello el comportamiento interactivo del profesor posee gran dosis de espontaneidad y actúa según siente y cree.

Este paradigma incorpora el modelo de análisis y desarrollo de competencias específicas de enseñanza como un aporte necesario; alude a la formación del pensamiento del profesor debido a su concepción de la enseñanza y revaloriza la significación de las decisiones y actuaciones docentes. De esta manera, se sustituye progresivamente el paradigma proceso-producto por una perspectiva alternativa donde el centro de los procesos de enseñanza se sitúa en las formas subjetivas de mediar y condicionar las respuestas.

1.2.3.2. Paradigma proceso-mediacional centrado en el alumno.

El paradigma mediacional hace hincapié en los procesos humanos implícitos que median entre los estímulos instructivos (comportamiento del profesor) y los resultados de aprendizaje (productos observables del alumno) (Olson y Bruner, 1974; Snow, 1974; Barnsford y Frants, 1976; Márquez, 1978; Rothkopf, 1976). El modelo mecánico de caja negra de dos factores propio de los planteamientos conductistas es sustituido por un modelo de caja traslúcida de tres factores, propio de posiciones cognitivas.

La Psicología neomentalista (Neisser, 1976; Paivio, 1971) las investigaciones de la escuela piagetiana (Piaget, 1954; Inhelder, 1975; Bruner, 1977) y los planteamientos de las investigaciones sobre la memoria desde los modelos de procesamiento de la información (Newell y Simon, 1972; Tulving y Donalson, 1972; Craick y Lockhard, 1972; Mayer, 1987) son las fuentes de un conocimiento más extenso y

profundo de los mecanismos cognitivos internos que utiliza el alumno en los procesos de aprendizaje y solución de problemas.

Desde esta perspectiva, las investigaciones comienzan a considerar variables referentes al comportamiento cognitivo del alumno. El alumno, como ha informado Piaget, no es un pasivo receptor de estímulos, media los resultados como consecuencia de sus elaboraciones personales, de manera que las variaciones de los resultados del aprendizaje son función de las actividades realizadas por los estudiantes durante el proceso de aprendizaje. El comportamiento del profesor y los materiales y estrategias que utilice no causan el aprendizaje del alumno, influyen en la respuesta sólo en la medida en que activan respuestas de procesamiento de información.

Estos modelos de enseñanza se centran en el alumno, en la consideración de sus procesos de aprendizaje, en sus actividades mentales y en sus estrategias de procesamiento de información. El verdadero aprendizaje implica no sólo la recepción y retención de contenidos figurativos, de cuerpos de conocimientos organizados de manera significativa por el sujeto, sino el desarrollo de estrategias de procesamiento. - Se requiere la participación mental del alumno, activando conocimientos y métodos ya construidos en etapas anteriores que se modifican y perfeccionan -. Esta concepción activa del aprendizaje hace que Rothkopf (1976) distinga entre estímulos instructivos nominales (características de la presentación de la instrucción definida subjetivamente) y estímulos instructivos efectivos (los que el alumno procesa en una situación dada). La transformación selectiva de los estímulos nominales en efectivos es una tarea del alumno.

Las investigaciones se centran en descubrir cómo el alumno percibe las demandas de las diferentes tareas del aprendizaje escolar y de la relevancia de los estímulos disponibles para la realización de tales tareas; cómo se implica automáticamente en el desarrollo de los procesos que las requieren y qué tipos de procedimientos mentales utiliza para organizar el conocimiento disponible; asimilar nuevos materiales de contenido figurativo y relacionar conceptos para resolver problemas. Según Shimron y Harnischfeger (1976) los mejores resultados los obtienen aquellos alumnos que generan su propio ambiente de trabajo para desarrollar sus tareas de modo independiente sin subordinarse a las características del comportamiento del profesor ni a los materiales instructivos.

Como las respuestas mediadoras de los alumnos son modos y estrategias de procesamiento de información, no pueden ser directamente observadas, sino inferidas a partir de signos e indicadores externos, se requieren esquemas teóricos de interpretación y métodos de investigación empírica más completos y flexibles. Las variables son variables constructo y esto supone diseños y técnicas más elaborados: análisis de vías (Horton, 1978), análisis causal (Heise, 1975), ecuaciones estructurales (Jöreskog, 1979).

A pesar de la potencialidad explicativa y prescriptiva del paradigma mediacional y de la necesidad de proseguir las investigaciones y experiencias en la línea de sus investigaciones aparecen algunas dificultades importantes que limitan la validez de sus análisis: la primera es que el énfasis en los procesos de aprendizaje y los mecanismos cognitivos del alumno ha provocado la emergencia de un reduccionismo psicologista en la explicación y regulación normativa de la práctica escolar; la segunda, este paradigma centra su estudio en el individuo particular como sujeto de aprendizaje cuando en el ambiente natural del aula hay un grupo de individuos con una forma propia de interactuar y una dinámica colectiva particular.

1.2.3.3. Modelos mediacionales integradores

Entre los modelos mediacionales integradores se encuentra el de Winne y Marx (1977) que pretende vincular los procesos de adopción de decisiones del profesor con la elección de estrategias fecundas de procesamiento en el alumno. Su propósito es ofrecer un modelo conceptual para analizar las formas de influencia recíproca entre alumno y profesor e indagar sobre la vida mental de ambos en la clase.

Para lograr este propósito son necesarias investigaciones complementarias que clarifiquen los procesos reales del aula, tales como el análisis de las estrategias de procesamiento que utiliza el profesor para planificar, tomar decisiones, actuar en la enseñanza interactiva y evaluar los procesos y resultados; y analizar las estrategias de procesamiento de información que se activan en el alumno como consecuencia de las actividades de enseñanza y contenidos y experiencias de aprendizaje (Gage, 1976; Cronbach y Snow, 1977). Noble y Nolan (1976) proponen analizar relaciones bidireccionales considerando tanto el comportamiento del alumno como el del profesor como variables independientes y dependientes a la vez.

Estos modelos asumen los descubrimientos de las teorías cognitivas del aprendizaje activo y del procesamiento de información y las integra en modelos es-

pecíficos de explicación de la enseñanza. Las objeciones mas importantes que se realizan a estos modelos (Pérez Gomez, 1989) son que asumen, de hecho, la relación directa y causal del pensamiento hacia la conducta cuando estos vínculos permanecen aun hoy suficientemente desconocidos como para, por lo menos, aconsejar prudencia. Otra objeción es que manifiestan escasa consideración hacia las variables contextuales.

Los modelos mediacionales citados anteriormente incorporan procedimientos cualitativos y cuasiexperimentales de análisis y tratamiento de datos. El paradigma mediacional centrado en el profesor incorpora el análisis y desarrollo de competencias específicas de enseñanza como un aporte necesario, pero no es suficiente. Se concibe la enseñanza como un proceso racional y tecnológico donde la adopción de decisiones depende de la formación del pensamiento del profesor, de sus estrategias operatorias y de su equipamiento informativo. Tales estrategias sólo pueden desarrollarse a partir del análisis y conceptualización del proceso de enseñanza, de la comprensión global de fenómenos del contexto. En el paradigma mediacional centrado en el alumno no se tiene en cuenta que las respuestas de los alumnos son modos y estrategias de procesamiento de información, no pueden ser directamente observadas sino inferidas a partir de signos e indicadores externos, por lo que se requieren esquemas teóricos de interpretación y métodos de investigación más complejos y flexibles. Este paradigma ha dado lugar en investigaciones de laboratorio que provocan un reduccionismo en la explicación y regulación normativa de la práctica escolar. Las características de las tareas de aprendizaje llevadas a cabo en el laboratorio no son equiparables a las producidas en el medio natural de la clase (Cronbach, 1975; MacKeach, 1974). Además, en el ambiente natural del aula, el elemento mediador y condicionante de los procesos de aprendizaje individual es un grupo de individuos con una forma de interactuar y una dinámica colectiva que le son propias.

1.2.3.4. Influencia de los modelos mediacionales: El programa de investigación del grupo T.M.E.

En el V Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), celebrado en 1984, se convocó a los científicos interesados en la gestación de una Teoría de la Educación Matemática. Su principal movilizador fue el profesor Steiner. En dicho Congreso se incluyó un Área Temática con el nombre "Teoría de la Educación Ma-

temática". Finalizado el Congreso se celebraron nuevas reuniones en las que quedó constituido un Grupo de Trabajo que se denominó TME (Theory of Mathematics Education) y en las que se continuaron las discusiones iniciadas en el ICME.

Los fenómenos estudiados en las conferencias del TME incluyen un rango muy diverso: matemáticas, diseño de currículum, estudio de los modos de construcción por los alumnos del significado de las nociones matemáticas, las interacciones profesor - alumno, la preparación de los profesores, métodos alternativos de investigación, etc. La razón de esta diversidad se debe por una parte a que el término "Educación Matemática" no está aún claramente definido; y por otra a la influencia de los paradigmas de investigación en didáctica general vigentes en cada momento tales, como el proceso-producto y los mediacionales.

Las sucesivas conferencias de TME han mostrado que existe una comunidad, interesada por construir las bases teóricas de la Didáctica de la Matemática como ciencia, que está constituida por personas con formación e intereses en campos bastante diversificados: investigadores en Educación Matemática, matemáticos, profesores, psicólogos educativos, sociólogos educativos, formadores de profesores, etc. Steiner, al analizar el papel que la Educación Matemática debería tener dentro de la universidad, propone que esta disciplina adopte una función de vínculo entre la matemática y la sociedad:

"Esto es posible y necesario especialmente por medio de su contribución a la elaboración y actualización de muchas dimensiones olvidadas de las matemáticas: las dimensiones filosófica, histórica, humana, social y, comprendiendo a todas estas, la dimensión didáctica". (1985:12)

De acuerdo con el programa de desarrollo trazado en la Primera Conferencia (Steiner y cols, 1984), la "Teoría de la Educación Matemática" se ocuparía de la situación actual y de las perspectivas para el desarrollo futuro de la Educación Matemática como un campo académico y como un dominio de interacción entre la investigación, el desarrollo y la práctica. En este programa se distinguen tres componentes interrelacionados:

- (A) La identificación y formulación de los problemas básicos en la orientación, fundamento, metodología y organización de la Educación Matemática como una disciplina,

- (B) El desarrollo de una aproximación comprensiva a la Educación Matemática, que debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo, comprendiendo investigación, desarrollo y práctica.
- (C) La organización de la investigación sobre la propia Educación Matemática como disciplina que proporcione información y datos sobre la situación, los problemas y las necesidades de la misma, teniendo en cuenta las diferencias nacionales y regionales y que contribuya al desarrollo de un meta-conocimiento y una actitud auto-reflexiva como base para el establecimiento y realización de los programas de desarrollo del TME.

La Segunda Conferencia del Grupo TME, celebrada en 1985 en el Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) de la Universidad de Bielefeld (Steiner y Vermandel, 1988), se centró sobre el tema genérico "Fundamento y metodología de la disciplina Educación Matemática (Didáctica de la Matemática)" y, por tanto, la mayoría de las contribuciones resaltaron el papel de la teoría y la teorización en dominios particulares. El tema de trabajo de la Tercera Conferencia, celebrada en 1988 en Amberes, Bélgica, (Vermandel y Steiner, 1988) trató sobre el papel y las implicaciones de la investigación en Educación Matemática en y para la formación de los profesores, dado el desfase considerable existente entre la enseñanza y el aprendizaje. Los temas tratados en la cuarta Conferencia celebrada en Oaxtepec, México, en 1990 fueron las:

- relaciones entre las orientaciones teóricas y los métodos de investigación empírica en Educación Matemática; y
- el papel de los aspectos y acercamientos holísticos y sistémicos en Educación Matemática.

No parece existir un consenso acerca de las cuestiones centrales para la Educación Matemática que agrupe todos los intereses aparentemente diversos del campo. Se encuentran muchos resultados parciales, apoyados en supuestos teóricos externos que tratan de orientar la acción en el aula, aunque con un progreso escaso.

1.2.4. El paradigma ecológico

En los últimos años de la década del setenta se desarrolla una perspectiva conceptual que caracteriza la vida del aula en términos de intercambios socioculturales y plantea su investigación desde enfoques metodológicos etnográficos, situacio-

nales y cualitativos. Asume los principales supuestos del paradigma mediacional: recíproca causalidad en las relaciones de clase, enfoque de procesamiento de información, importancia de los significados... y los integra en un análisis más complejo de los mecanismos, factores y sistemas que producen el sentido e intensidad del flujo de los acontecimientos del aula. Las actividades cognitivas y afectivas que desarrollan profesores y alumnos en el intercambio académico no pueden ser correctamente entendidas a menos que se interpreten inmersos en los conflictos del grupo de clase como sistema social (Getzel and Telen, 1975).

Dos modelos cimentan el paradigma ecológico: el análisis de las variables contextuales de Tikunoff (1979) y el análisis de las tareas y demandas académicas en el espacio de negociación escolar de Doyle (1979-80). Los dos modelos plantean nuevos problemas y aportan una nueva forma de conceptualizar la enseñanza, el primero estructural, el segundo dinámico y funcional.

El enfoque ecológico de la investigación de la enseñanza se caracteriza por observar una perspectiva naturalista (Doyle, 1977a; Koeler, 1979; Tikunoff, 1979; Bronferbrenner, 1979) donde el objeto de investigación son las redes significativas de influjo que configuran la vida real del aula. Se propone describir con rigor analítico los procesos de enseñanza aprendizaje que tienen lugar en el contexto sociocultural del aula. El aula es un espacio social de comunicación e intercambio que se configura como consecuencia de la configuración activa de los elementos que participan en ella (Bertalan, 1976; Bunge, 1980; Broffenbrenner, 1979). La vida del aula se manifiesta con características de multidimensionalidad, simultaneidad, inmediatez, imprescindibilidad e historia.

Este enfoque produce profundas modificaciones metodológicas. Las categorías de observación y análisis son consecuencia de los mismos fenómenos del aula. Se persigue la captura de variables que no existen en el laboratorio y de acontecimientos naturales usuales o atípicos. Se basa en la observación participante, lo que supone la prolongada presencia del observador en el escenario del aula. No se manipulan ni se seleccionan variables. El docente es participante activo del programa de investigación. Los datos que genera son situacionales. El enfoque cualitativo permite acomodarse a las peculiaridades de cada ámbito áulico utilizando una perspectiva holística.

Se asume que el aula es un espacio social de intercambio y que los comportamientos del profesor y del alumno son una respuesta no mecánica a las demandas

del medio, como consecuencia, la atención se centra en las variables contextuales (Tikunoff, 1979).

Se requiere una perspectiva interdisciplinar donde las aportaciones conceptuales de diferentes ámbitos se configuren para estudiar la multidimensionalidad, simultaneidad, inmediatez e historia de la vida del aula. El análisis ecológico posee una perspectiva diagnóstica cuando enfatiza el valor funcional o la significación adaptativa de los comportamientos individuales en el medio ambiente natural.

1.2.4.1- Modelo semántico contextual de Tikunoff

La idea principal es que la enseñanza en una compleja estructura de variables independientes, situacionales y específicas que explican un particular suceso instructivo y que con dificultad pueden extrapolarse y utilizarse para explicar sucesos que ocurren en otro medio; estas variables se llaman variables contextuales. Los procedimientos de interpretación que utilizan los individuos en el aula para dar sentido y significado al contexto son consecuencia de procesos de intercambio y negociación interpersonal en ese ámbito (Cicourel, 1970).

La formación de la estructura semántica de interpretación se encuentra condicionada por el influjo de tres tipos de variables contextuales:

- las variables situacionales que definen el clima físico y psicosocial, los objetivos con los que se presentan los profesores y los alumnos a los procesos de intercambio. La configuración del espacio, la organización del tiempo, la organización de tareas y desempeño de roles definen el marco de convivencia y las reglas de juego que son fuentes permanentes de emisión de mensajes no verbales condicionando el procesamiento y la actuación del alumno. Bronfenbrenner (1976) define el escenario o marco de convivencia como un espacio en que los ocupantes se implican en actividades particulares, desempeñando roles diferenciales durante períodos concretos de tiempo.
- las variables experienciales que se refieren a los significados que trae consigo los participantes en los acontecimientos instructivos, tales como sus presupuestos, los modos de comprensión y experiencias del profesor y los alumnos. Las informaciones y experiencias que vive cada sujeto se interpretan a la luz de esquemas y contenidos de pensamiento que los operacionalizan y activan (Piaget, 1971).

- las variables comunicativas que se refieren a los niveles interpersonal, intrapersonal y grupal de transformación de la información en el proceso instructivo. En el intercambio instructivo es necesario analizar tanto el mensaje (contenido explícito de la información) como el metamensaje (mensaje acerca de la relación entre los que interactúan o contexto próximo de la comunicación). El alumno tiene que aprender códigos de información colectiva generados por el grupo de clase para poder navegar con éxito en la vida del aula.

1.2.4.2- Modelo ecológico de Doyle

Doyle es el representante más caracterizado del paradigma ecológico y sirve de polo de referencia a la mayoría de las investigaciones que se realizan dentro de esta nueva perspectiva. El modelo penetra en el significado real de las tareas y actividades de los procesos académicos y contextualiza el aprendizaje que tiene lugar en el aula en el marco de los significados negociados por los protagonistas.

El contexto escolar posee carácter intencional y evaluador pues define radicalmente el ámbito de significación de los acontecimientos. La evaluación se produce periódicamente y se define como un intercambio formalizado de actuaciones o adquisiciones por calificaciones. Estos procesos de transacción establecen un conjunto importante de características de aprendizaje, determinan los movimientos del alumno y del grupo y configuran la forma cómo se experimenta el conocimiento científico del grupo (Doyle, 1978, 1979a).

En el modelo de Doyle, el intercambio entre actuaciones-calificaciones define la estructura de tareas académicas en un aula concreta y éstas serán, a su vez, las responsables de las demandas de aprendizaje y el comportamiento del grupo. Por lo tanto, el eje central que define la vida académica es la concreción de la estructura de tareas académicas a través del intercambio de actuaciones-calificaciones. El intercambio académico es ciertamente ambiguo, porque ni la estructura de tareas, ni los indicadores de situación, ni la adecuación de las respuestas y criterios de éxito se encuentran perfectamente definidos.

El paradigma ecológico aporta una conceptualización más rigurosa y comprensiva de la enseñanza. Sus presupuestos se encuentran cercanos a la perspectiva multicultural de solución de problemas que ha provocado un fuerte desarrollo en el diseño y puesta en práctica del currículo (Stenhouse, 1975; Lawton, 1975; Gordon, 1989). No obstante, el paradigma ecológico recibe ciertas críticas:

“Quizás, el paradigma ecológico, al sobreabundar en el análisis de lo que realmente ocurre en el aula, olvida la dimensión teleológica de toda actividad educativa y no se detiene a considerar que ese nicho ecológico se forma artificialmente para cumplir esa función” (Pérez Gómez, A., 1989: 35).

Desde esta perspectiva, es importante estudiar si los efectos de los intercambios en el medio escolar tienen valor educativo para quienes comparten el aula. Tal vez se deba dar mayor importancia a los contenidos y experiencias de aprendizaje, sobre todo si se ha comprobado que lo que interesa y preocupa al alumno dista mucho de los contenidos y experiencias que propone el currículum oficial.

1.2.5- Enfoque psicológico

La psicología de la educación es la rama de la psicología y de la pedagogía que estudia científicamente los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como de los problemas que en el contexto de los mismos puedan presentarse. Como afirma Gimeno Sacristán (1989), son numerosas las posturas que consideran que la enseñanza es una técnica directamente derivada de una teoría psicológica del aprendizaje que le sirve de fundamento.

"Esta situación de dependencia es claramente perjudicial para perfilar un campo teórico propio tanto para la Didáctica General como para las Didácticas Especiales, ya que las sitúa en un estado de colonización esterilizante en cuanto a la propia creación teórica". (Sacristán, 1989: 18).

Una rama de estas teorías es la psicología de la instrucción, definida por Genovard y Gotzens como la

"disciplina científica y aplicada desarrollada a partir de la psicología de la educación, que estudia las variables psicológicas y su interacción con los componentes de los procesos de enseñanza - aprendizaje que imparten unos sujetos específicos que pretenden enseñar unos contenidos o destrezas concretas a otros individuos igualmente específicos y en un contexto determinado". (1990: 33)

Desde una perspectiva interaccionista, estos autores analizan y clasifican diferentes teorías y modelos instruccionales en tres tipos de interacción: cognitiva, social y contextual. Las teorías de interacción cognitiva, en la que sitúan las contribuciones de Piaget, Bruner y Ausubel, son teorías instruccionales que subrayan el hecho de que la instrucción es básicamente un intercambio de información, en su

acepción más amplia, que se produce entre profesores y alumnos y que debe ejercerse en condiciones lo más óptimas posibles para que el objetivo principal (que el alumno consiga una asimilación de la información correcta) se realice.

También se incluyen dentro del significado de esta categoría las propuestas que destacan la interacción entre los contenidos instruccionales y los procesos y habilidades cognitivas del alumno y cuyo fin coincide igualmente con el que se acaba de citar.

La perspectiva de interacción social, que da prioridad al papel de los sujetos que intervienen en la instrucción como facilitadores de los aprendizajes que deben desarrollarse tiene como representantes a Vygotsky y Bandura.

7. Por último, Skinner (1970), Gagné (1973) y Cronbach (1975), entre otros, han propugnado teorías que pueden encuadrarse en la interacción contextual por la cual la instrucción es ante todo el producto de la interacción entre los sujetos y algunas de las variables del contexto.

1.2.5.1- El Grupo PME (Psychology of Mathematics Education)

En la comunidad internacional de investigadores en Educación Matemática, se aprecia también una fuerte influencia de la perspectiva psicológica en el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje matemático. Ese predominio se manifiesta en la vitalidad del Grupo Internacional PME (Psychology of Mathematics Education), constituido en el Segundo Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME) y que ha celebrado en 1991 su 15 Reunión Anual. Los objetivos principales de este colectivo abierto de investigadores, tal como aparecen en sus estatutos, son:

- Promover contactos internacionales e intercambio de información científica sobre la Psicología de la Educación Matemática.
- Promover y estimular investigación interdisciplinar en este área con la cooperación de psicólogos, matemáticos y profesores de matemáticas.
- Fomentar una comprensión más profunda y correcta de los aspectos psicológicos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática y sus implicaciones.

Orton (1990) afirma que no existe ninguna teoría del aprendizaje de las matemáticas que incorpore todos los detalles que cabría esperar y que tenga una aceptación general. Identifica en la actualidad dos corrientes de investigación sobre este campo: el enfoque constructivista, considerado anteriormente, y el enfoque de cien-

cia cognitiva - procesamiento de la información, de fuerte impacto en las investigaciones sobre el aprendizaje matemático.

Según Schoenfeld (1987) una hipótesis básica subyacente de los trabajos en ciencia cognitiva es que las estructuras mentales y los procesos cognitivos son extremadamente ricos y complejos; que tales estructuras pueden ser comprendidas; y que esta comprensión ayudará a conocer mejor los modos en los que el pensamiento y el aprendizaje tienen lugar. El centro de interés es explicar aquello que produce el "pensamiento productivo", o sea las capacidades de resolver problemas significativos.

Los científicos cognitivos tratan de construir "modelos de proceso" de la comprensión de los estudiantes. Desde el punto de vista metodológico, hacen observaciones detalladas de los procesos de resolución de problemas por los individuos, buscan regularidades en sus conductas de resolución e intentan caracterizar dichas regularidades con suficiente precisión y detalle para que los estudiantes puedan tomar esas caracterizaciones como guías para la resolución de los problemas..

1.2.5.2- Aprendizaje matemático y constructivismo

Dentro del enfoque psicológico, un problema esencial es la identificación de teorías acerca del aprendizaje matemático que aporten un fundamento sobre la enseñanza. Romberg y Carpenter (1986) afirman que la investigación sobre aprendizaje proporciona relativamente poca luz sobre muchos de los problemas centrales de la instrucción y que gran cantidad de la investigación sobre enseñanza asume presupuestos implícitos sobre el aprendizaje infantil que no son consistentes con las actuales teorías cognitivas del aprendizaje. Se han tratado de aplicar teorías generales (fundamentales) sobre el aprendizaje para deducir principios que guíen la instrucción. La instrucción basada en principios conductistas tiende a fragmentar el currículo en un número de partes aisladas que podrían aprenderse a través de un refuerzo apropiado. Pero la instrucción efectiva de las matemáticas necesita sustentarse en la comprensión de los conceptos matemáticos básicos.

Como afirma Vergnaud (1990a) la mayoría de los psicólogos interesados hoy por la Educación Matemática son en algún sentido constructivistas. Piensan que las competencias y concepciones son construidas por los propios estudiantes. Afirma este autor que la construcción del conocimiento consiste en la construcción progresi-

va de representaciones mentales, implícitas o explícitas, que son homomórficas a la realidad para algunos aspectos y no lo son para otros.

1.3- UNA CONCEPCIÓN AUTÓNOMA DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.

Dentro de la comunidad de investigadores que, desde diversas disciplinas, se interesan por los problemas relacionados con la Educación Matemática, se ha ido destacando en los últimos años, principalmente en Francia -donde sobresalen los nombres de Brousseau, Chevallard, Vergnaud, ...- un grupo que se esfuerza en una reflexión teórica sobre el objeto y los métodos de investigación específicos en Didáctica de la Matemática.

Fruto de este esfuerzo ha surgido una concepción llamada - por sus autores - "fundamental" de la Didáctica que presenta caracteres diferenciales respecto a otros enfoques, ofrece una concepción global de la enseñanza, estrechamente ligada a la matemática y a teorías específicas de aprendizaje; y promueve la búsqueda de paradigmas propios de investigación, en una postura integradora entre los métodos cuantitativos y cualitativos. Como característica de esta línea puede citarse el interés por establecer un marco teórico original, desarrollando sus propios conceptos y métodos y considerando las situaciones de enseñanza - aprendizaje globalmente. Los modelos desarrollados comprenden las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas y tratan de tener en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber, los alumnos y el profesor, dentro del contexto particular de la clase.

Un criterio básico que guía la investigación de estas cuestiones es la determinación del significado del conocimiento matemático que se desea, a priori, que construyan los alumnos y el que realmente alcanzan durante el proceso de enseñanza. Como afirma Laborde (1989), existe un amplio consenso sobre el requisito metodológico de utilizar la experimentación en una interacción dialéctica con la teoría. El paradigma experimental es concebido dentro de un marco teórico y las observaciones experimentales son comparadas con el marco conceptual, pudiendo ser modificado éste a la luz de la consistencia de los conceptos desarrollados y la exhaustividad en relación a todos los fenómenos relevantes.

Brousseau define la concepción fundamental de la Didáctica de la Matemática como:

"una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos" (1989: 3)

Indica, como objetos particulares de estudio: 1) las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos matemáticos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce, tanto sobre los conocimientos como sobre sus utilizadores; 2) las instituciones y las actividades que tienen por objeto facilitar estas operaciones.

Una característica importante de esta teoría, aunque no sea original ni exclusiva, es su consideración de los fenómenos de enseñanza - aprendizaje bajo el enfoque sistémico. Bajo esta perspectiva, el funcionamiento global de un hecho didáctico no puede ser explicado por el estudio separado de cada uno de sus componentes, de igual manera que ocurre con los fenómenos económicos o sociales.

Chevallard y Johsua (1982) describen El SISTEMA DIDACTICO en sentido estricto formado esencialmente por tres subsistemas: PROFESOR, ALUMNO y SABER ENSEÑADO. Además está el mundo exterior a la escuela, en el que se hallan la sociedad en general, los padres, los matemáticos, etc. Pero, entre los dos, debe considerarse una zona intermedia, la NOOSFERA, que, integrada al anterior, constituye con él el sistema didáctico en sentido amplio. La Noosfera es el lugar de los conflictos y transacciones por las que se realiza la articulación entre el sistema y su entorno. Es, por tanto, la capa exterior que contiene todas las personas que en la sociedad piensan sobre los contenidos y métodos de enseñanza.

Brousseau (1986) considera, además, como componente el MEDIO que está formado por el subsistema sobre el cual actúa el alumno (materiales, juegos, situaciones didácticas, etc.).

La teoría que estamos describiendo, en su formulación global, incorpora también una visión propia del aprendizaje matemático, aunque pueden identificarse planteamientos similares sobre aspectos parciales en otras teorías. Adopta una perspectiva piagetiana, en el sentido de que se postula que todo conocimiento se construye por interacción constante entre el sujeto y el objeto, pero se distingue de otras teorías constructivistas por su modo de afrontar las relaciones entre el alumno y el saber. Los contenidos son el substrato sobre el cual se va a desarrollar la jerarquización de estructuras mentales. Pero además, el punto de vista didáctico imprime otro sentido al estudio de las relaciones entre los dos subsistemas (alumno - saber).

El problema principal de investigación es el estudio de las condiciones en las cuales se constituye el saber pero con el fin de su optimización, de su control y de su reproducción en situaciones escolares. Esto obliga a conceder una importancia particular al objeto de la interacción entre los dos subsistemas, que es precisamente la situación - problema y la gestión de la interacción por parte del profesor.

Como indica Balachef (1990a) se está reconociendo en los trabajos sobre Psicología de la Educación Matemática la importancia crucial que presentan las relaciones entre los aspectos situacionales, el contexto y la cultura y las conductas cognitivas de los alumnos. Esta dimensión situacional, que subyace - explícitamente o no - en cualquier estudio sobre procesos de enseñanza, raramente es considerada como objeto de investigación por sí misma. La Teoría de Situaciones Didácticas de G. Brousseau es una iniciativa en este sentido. En el capítulo 2 se describen elementos fundamentales de esta teoría que se tienen en cuenta para desarrollo del presente trabajo.

1.3.1. Las aplicaciones de la teoría de las situaciones didácticas a investigaciones con aproximaciones psicológicas

En la escuela francesa de Didáctica se observa una aspiración de construir un área de estudio científico propio que no esté encorsetado ni dependiente del desarrollo de otros campos científicos, no siempre consistentes. La naturaleza del tema y sus problemas reclama una aproximación interdisciplinar y considera erróneo no hacer un uso significativo del conocimiento que otras disciplinas ya han producido sobre aspectos específicos de aquellos problemas.

Como afirma Balachef (1990a), e incluyendo la problemática psicológica inicial del grupo PME, el debate sobre la investigación ha puesto de manifiesto la necesidad de tener en cuenta nuevos aspectos, entre los que destaca:

1) *La especificidad del conocimiento matemático.* La investigación sobre el aprendizaje del álgebra, geometría, o el cálculo no se puede desarrollar sin un análisis epistemológico profundo de los conceptos considerados como nociones matemáticas. También se reconoce que el significado de los conceptos matemáticos se apoya no sólo sobre su definición formal sino, de un modo fundamental, sobre los procesos implicados en su funcionamiento. Por esta razón se pone el énfasis en el estudio de los procesos cognitivos de los estudiantes en lugar de en sus destrezas o producciones actuales.

2) *La dimensión social*. Tanto el estatuto social del conocimiento que se debe aprender como el papel crucial de las interacciones sociales en el proceso de enseñanza requieren una consideración importante de la dimensión social en la investigación. Uno de los principales pasos en el desarrollo de la investigación en la Psicología de la Educación Matemática es el movimiento desde los estudios centrados en el niño hacia los estudios centrados en el estudiante como aprendiz en la clase. El estudiante es un niño implicado en un proceso de aprendizaje dentro de un entorno específico en el que las interacciones sociales con otros estudiantes y el profesor juega un papel crucial. Con esta evolución de la problemática, se debe desarrollar más investigaciones que utilicen observaciones sistemáticas de la clase o que precisen de la organización de procesos didácticos específicos. Tal investigación requiere nuevos útiles teóricos y metodológicos para producir resultados que sean robustos tanto teóricamente como también con respecto a su significado para propósitos prácticos.

Vergnaud (1988) también cita dos cuestiones esenciales para la Educación Matemática para las que sería apropiada una aproximación psicológica:

- el análisis de la conducta de los estudiantes, de sus representaciones y de los fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes;
- las conductas, representaciones y fenómenos inconscientes de los profesores, padres y demás participantes.

De un modo más especial, analiza cuatro tipos de fenómenos cuyo estudio puede ser fructífero desde esta perspectiva:

- 1) La organización jerárquica de las competencias y concepciones de los estudiantes.
- 2) La evolución a corto plazo de las concepciones y competencias en el aula.
- 3) Las interacciones sociales y los fenómenos inconscientes.
- 4) La identificación de teoremas en acto, esquemas y símbolos.

La concepción autónoma (Brousseau, 1988) tiende a integrar todos los sentidos precedentes y a asignarles un lugar en relación a una teoría unificadora del hecho didáctico, para el cual, la fundamentación y los métodos son específicos. Es una concepción que favorece la integración de aportaciones de otros dominios y su aplicación a la enseñanza, y que establece con la práctica una relación sana de ciencia a técnica y no de prescripción a reproducción. No condena, a priori, ninguna acción en favor de la enseñanza. Pero es preciso comprender que es un error querer

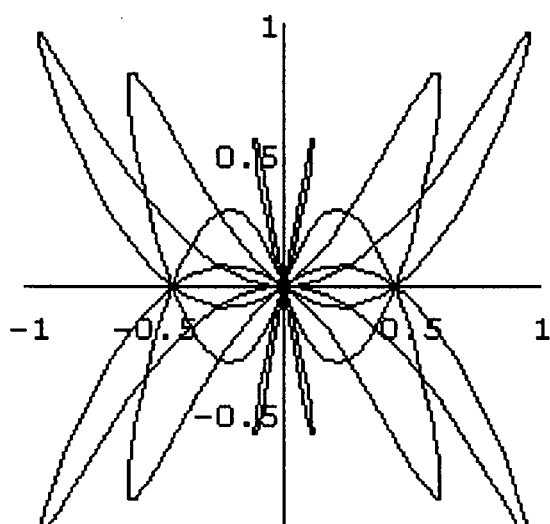
a toda costa obligar a la didáctica a comprometerse en cada una de estas acciones y a jugar un papel que no le corresponde. En el mejor de los casos, se le proponen desafíos que no se osaría exigir a ciencias que están, sin embargo, mucho más avanzadas. En el peor de los casos, se corre el riesgo de confiar a sus expertos responsabilidades por encima de sus fuerzas y de reproducir errores semejantes a los que se han visto en otras partes (por ejemplo, en economía, ...).

Como se afirma en Godino (1990), la mejora efectiva de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas depende del funcionamiento óptimo de otros elementos, tanto como a la propia investigación didáctica, elementos condicionantes de la toma de decisiones en el sistema didáctico. Particularmente, dada la influencia sobre las decisiones del profesor en el aula de factores como las directrices curriculares, los procedimientos de evaluación externa, la difusión de materiales didácticos, los procesos de pensamiento de los alumnos, sus intereses y motivaciones, se considera necesario facilitar la intercomunicación de los investigadores en didáctica con los investigadores en otras ciencias que puedan aportar conocimientos sobre las problemáticas mencionadas. De esta investigación didáctica, entendida bajo una perspectiva científica, no podemos esperar la producción de situaciones didácticas modélicas que el profesor debe imitar,

"pero es razonable pensar que el desarrollo de la investigación proporcionará algún conocimiento que capacitará a los profesores para afrontar el problema didáctico difícil de conducir la vida de esta sociedad cognitiva original: la clase de matemáticas" (Balacheff, 1990b: 7)

2

TEORÍAS DE APRENDIZAJE



Introducción

En los últimos 100 años se han propuesto diversas teorías sobre el desarrollo cognitivo y el aprendizaje. En este estudio nos limitaremos a aquellas que son más utilizadas en el área de la investigación del aprendizaje de las matemáticas, del razonamiento científico, del aprendizaje de las ciencias sociales, la lectura, la comprensión o la escritura. Estas teorías han sido utilizadas recientemente por los investigadores para establecer las diferencias individuales o de desarrollo entre los estudiantes o para diseñar nuevos experimentos.

Con el fin de distinguir y comparar los antiguos enfoques de los más actuales hacemos referencia a la teoría de Thorndike. Las teorías se describirán someramente y se pondrá énfasis en las implicancias educativas de cada una de ellas.

2. TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

2.1. La teoría de Thorndike

Thorndike formula su teoría en 1913. Cree que todo el conocimiento consiste en una red de nexos asociativos entre situaciones y respuestas. Asume que el sujeto codifica y almacena la huella mental de los aspectos individuales que presenta cada situación. El conocimiento crece de acuerdo con las leyes del ejercicio y del efecto y consiste en una red de nexos de asociaciones entre situaciones o estímulo (E) y respuestas (R). Describe el aprendizaje en términos de asociaciones entre las situaciones y las respuestas que producen los individuos que se ven sometidos a ellas; las asociaciones se realizan mediante conexiones entre neuronas. Los estudiantes se consideran más como sujetos regulados por otros que como sujetos auto-regulados.

Propone dos leyes según las cuales se adquiere el conocimiento: la ley del ejercicio que dice que el nexo entre el estímulo y la respuesta se fortalece cada vez que la situación y la respuesta concurren en una proximidad espacio – temporal; cuantas más veces aparecen juntas en el tiempo y en el espacio el E y la R, mayor es la probabilidad de refuerzo del nexo de unión entre ambas. Por su parte, la ley del efecto establece que el nexo de unión entre E y R queda estampado en el cerebro en tanto que la respuesta va seguida de un estado satisfactorio positivo (placentero)

o bien se debilita si las consecuencias que se derivan de la respuesta son negativas. La fortaleza de la asociación se refiere a la velocidad y regularidad con la que una respuesta acude al pensamiento del alumno en una situación particular de aprendizaje.

Años después, Skinner formula una teoría muy relacionada con la de Thorndike. Skinner cree que la formación de nexos de asociaciones mediante la repetición y el premio o la recompensa constituyen una parte de nuestro equipamiento natural en tanto organismos animales. El conocimiento se produce por adaptación, la que consiste en el desarrollo de un repertorio de respuestas seguidas de consecuencias positivas donde se eliminan todas aquellas que producen dolor o consecuencias negativas. Según estos autores, aprender es un proceso mecánico que consiste en establecer asociaciones. No se requiere la comprensión para que la asociación se produzca. El conocimiento se construye por acumulación de datos, es decir, por un proceso de agregación.

El aprendizaje es fruto de un proceso de motivación extrínseca, en el que los contenidos que se aprenden o el sujeto que los aprende no tienen importancia. Lo importante es la creación de un vínculo asociativo entre la situación de aprender y el refuerzo que se aplica. De esta manera, las situaciones de aprendizaje están asociadas al organismo mediante distintos signos (refuerzos) que le indican el camino para conseguir determinadas metas. Por lo tanto, la instrucción debe crear situaciones pertinentes con los incentivos adecuados para que determinadas conductas se aprendan. El objetivo de la instrucción es aumentar el número (o la intensidad) de conductas correctas. Lo importante en la instrucción es el adiestramiento y la práctica. El alumno que aprende es, por tanto, un ser pasivo cuyo repertorio de comportamientos viene determinado por las recompensas o castigos que encuentra en el medio donde se desenvuelve.

El profesor se considera como un dispensador activo del *feed-back*, es decir como alguien que recompensa las respuestas correctas y castiga las incorrectas. Los resultados del aprendizaje se evalúan midiendo la cantidad de cambios operados en el repertorio de conductas del alumno. La evaluación se reduce a valorar la cantidad de respuestas (conductas) aprendidas. De esta manera, los profesores recurren a la repetición mecánica para construir fuertes nexos de asociaciones entre las situaciones y las respuestas y a un sistema de premios y castigos para asegurar respuestas correctas.

Un ejemplo de este tipo de instrucción lo tenemos en la enseñanza programada: el aprendizaje es uniforme, sigue una programación lineal y sirve para grandes grupos. Se provoca la respuesta del alumno mediante una asociación entre los elementos de información que facilita el programa. El aprendizaje se fija por el refuerzo que supone confirmar que la respuesta dada por el alumno es correcta cuando la confronta con la respuesta que exige el programa. Las diferencias individuales carecen de importancia. Los mecanismos de aprendizaje son innatos al sujeto, que no ejerce un control consciente sobre ellos: la respuesta se produce por la acción del refuerzo y no por alguna actividad interna realizada por el sujeto. Toda la actuación educativa se reduce a una buena programación de los materiales de aprendizaje (el programa en la enseñanza asistida por ordenador) y a una adecuada aplicación de los refuerzos. Entre el estímulo (programa) y la respuesta (acción del sujeto reforzada) no media ninguna otra actividad. Se la presenta aquí en contraposición a la utilización de software que se hace en este estudio.

2.2. La teoría de Piaget

La teoría de Piaget era dominante en la década del 60 y principios de la del 70. Fue el pionero de la concepción constructivista del aprendizaje, al que describe en términos de esquemas, conceptos y estructuras. Los niños, en todos los niveles de edad poseen esquemas, pero sólo los adultos y los adolescentes poseen conceptos.

Los esquemas son sistemas organizados de pensamiento o de acciones que permiten representar de manera mental los objetos y los eventos de nuestro mundo; son procesos que se utilizan para resolver problemas o conseguir objetivos.

Los conceptos no son procedimientos sino formas de comprender que indican relaciones entre las cosas o aspectos de ellas. Éstos se forman mediante la abstracción de diferentes objetos y situaciones, este proceso de abstracción requiere tiempo y experiencias con objetos en distintas situaciones. La estructura es cualquier cosa que tiene forma y contenido (Piaget, 1970); la forma de una estructura de conocimiento es la organización de las ideas, Piaget intenta demostrar cómo diferentes dominios del conocimiento presentan la misma forma con independencia del contenido.

Acepta que la gente tenga conceptos que se imponen a lo nuevo que aprendemos y percibimos para proporcionarle sentido, pero rechaza que el origen de los

ideas sea innato. Está de acuerdo en que el mundo presenta una regularidad segura y estructurada que los niños llegan a captar mediante la experiencia pero no está de acuerdo con que los conceptos se aprendan inmediatamente por una mera exposición al mundo.

La teoría de Piaget explica la lenta progresión del conocimiento apoyándose en el hecho de que nos enfrentamos a muchos conceptos educativos y también con muchos conceptos previos erróneos que tiene el estudiante. Describe la asimilación como el proceso de utilización de los esquemas existentes en el sujeto para dar sentido a lo nuevo. El cambio producido en la configuración del conocimiento para que la idea nueva pueda ser asimilada es la acomodación.

El conocimiento se manifiesta en cuatro niveles de pensamiento (sensoriomotriz, preoperativo, operativo y formal). Éste se desarrolla a través de procesos de abstracción, asimilación y acomodación. El pensamiento preoperacional es unidimensional, irreversible y basado en una mezcla de fantasía y realidad concreta. El pensamiento operacional concreto es bidimensional, reversible y exclusivamente basado en la realidad concreta. El pensamiento formal es multidimensional, reversible y puede funcionar tanto con las posibilidades de la realidad concreta como con posibilidades hipotéticas. Los estudiantes que puedan pensar en múltiples dimensiones, en posibilidades hipotéticas y en propiedades abstractas de las cosas pertenecen, para Piaget, al período de las operaciones formales que comienza a los 10 u 11 años. La tendencia de la mente a automodificarse y a autocorregirse es la equilibración, es una ilustración de cómo los estudiantes se adaptan a las demandas de la clase escolar.

Se observa que mientras Piaget habla de importantes y diferentes tipos de relaciones mentales que se imponen al mundo de los objetos para dotarlos de significados, Thorndike sólo habla de asociaciones que carecen de significado. Es una visión del aprendizaje y de la instrucción que se distancia del planteamiento asociacionista de Thorndike y Skinner. El alumno juega ya un papel activo en el aprendizaje pero el centro de atención de la instrucción es el currículo, los conocimientos que se han de adquirir, y no la actividad que el alumno debe desempeñar para aprenderlos.

Desde esta perspectiva cognitiva, el alumno se convierte en un procesador de información y el profesor en un dispensador o transmisor de la misma. Esta teoría tiene implicaciones directas para la instrucción, particularmente en la creación y di-

seño de situaciones en las que el alumno adquiere el conocimiento. Esto se consigue mediante una adecuada organización de los contenidos de los programas escolares. Los contenidos de los programas se subdividen en áreas temáticas, los temas en lecciones o tópicos y éstos en los contenidos de información propios de cada lección: hechos, conceptos, teorías, problemas, etc.

2.3. La teoría del procesamiento de la información

La teoría del procesamiento de la información comienza a influir en los investigadores educativos aproximadamente al mismo tiempo que la teoría de los esquemas, a mitad de la década de los 70. Tiene sus raíces en el campo de la inteligencia artificial, cuando sus investigadores se empeñaron en crear sistemas inteligentes que simularan las habilidades cognitivas humanas.

Los teóricos del procesamiento de la información postulan la existencia de dos formas de conocimiento: el declarativo, que equivale a saber qué, es una compilación de hechos; y el procedimental que es saber cómo, es decir una compilación de secuencia de acciones lineales que se realizan para lograr metas. El conocimiento declarativo se modela utilizando redes semánticas como una estructura de nodos en forma de enunciados; el conocimiento procedimental, se modela utilizando producciones que tienen dos partes vinculadas a una acción de tipo condicional, si ... entonces, con ciertos antecedentes. La velocidad y la regularidad con que las producciones se disparan a partir del detonante depende de la fuerza del nexo asociativo entre las condiciones y las acciones. Este conjunto se denomina sistema de producción.

Como se observa, existe una similitud muy fuerte entre las producciones y la descripción de Thorndike de la situación E-R. La diferencia es que las producciones incluyen nociones más generales y también metas. La adquisición del conocimiento se describe mediante el paso sucesivo de la información a través de tres almacenes de memoria; el registro sensorial, la memoria a corto plazo (MPC) y la memoria a largo plazo (MLP). La información pasa primero al almacén de registro sensorial, luego al almacén de memoria a corto plazo (MCP) y finalmente acaba en el almacén de memoria a largo plazo (MPL). Estos almacenes se caracterizan por la cantidad de información que pueden retener y el tiempo de permanencia de la información (Siegler, 1991). Cuando la estimulación es detectada por los receptores sensoriales, en el almacén de registro se forma un icono. Los íconos tienen un tiempo de permanen-

cia corto a menos que se les preste atención (Atkinson y Shiffrin, 1978). La atención selecciona y focaliza la información en el almacén sensorial y es la causante de que ésta pase a la MCP (organos sensoriales). Si los elementos que se requiere recordar son más de siete, no se los retiene en la memoria mucho tiempo, se pueden agrupar en una unidad de significado agrupando los elementos y reteniéndolos más tiempo. La orden por la que la información pasa de MCP a MLP requiere de una estrategia de memoria, que puede ser la repetición. El olvido temporal de las cosas pone de manifiesto que el problema es que el ser humano no tiene un buen sistema de recuperación de la información. Los teóricos creen que la capacidad de la MLP es ilimitada y que la información sobre los objetos se adquiere en forma fragmentada y en lugares distintos y separados por el tiempo. Esto explicaría porqué se recuerdan también fragmentadamente los fenómenos de lo que se sabe y se aprendió.

Muchas investigaciones tratan sobre el almacenamiento de la información y los procesos de memorización y recuperación de la información. Entre los investigadores que trabajan con la teoría del procesamiento de la información se encuentran Craik y Lockhart (1972) quienes consideran que los recuerdos difieren no tanto en función de cual sea la estructura que los procesa, cuanto del nivel con que son procesados, es decir, estaríamos ante un modelo que requiere una única memoria a la que se accede con distinto grado de profundidad. Postulan que la información puede ser procesada a diferentes niveles y estas diferencias influyen en el recuerdo posterior.

De acuerdo al modelo, el sujeto tiene un papel más activo en la conducción del conocimiento a través de la realización de acciones cognitivas. Entre los recursos del sujeto se destacan las estrategias, las que son utilizadas por los estudiantes con más éxito para crear contenidos permanentes en la memoria y diagnosticar (monitoring) su ejecución. Las estrategias son acciones que se ejecutan para lograr metas, por ejemplo la utilización del repaso para aprender un conjunto de palabras de vocabulario, escribir el resumen de un capítulo para asegurar que se han captado los puntos importantes del texto. El diagnóstico o verificación cognitiva implica poner en juego procesos tales como decidir qué estrategia utilizaremos para lograr una meta, controlar lo que se hace para lograrla, etc. Las estrategias son necesarias ya que el mundo proporciona más información de la que la memoria puede manejar, pero también las estrategias proveen la capacidad de planificar, controlar y evaluar su uso o su cambio.

En esta perspectiva funcional del estudio de la memoria interesa saber qué hacen los sujetos con la información, cómo la procesan, qué estrategias emplean para que el recuerdo de aquella sea más eficaz. Los experimentos que realizan estos autores ponen de manifiesto que las operaciones mentales que realizan los sujetos sobre la información son causas importantes del aprendizaje y de la cantidad de recuerdo posterior. Se comienzan a distinguir las estrategias profundas de las superficiales.

2.3.1. La elaboración de la información

Lo que distingue unos niveles de procesamiento de otros, no es tanto el grado, es decir, la cantidad de profundidad que se adquiere cuando procesamos algo, sino el análisis o la elaboración a que se somete la información que procesamos.

La información puede ser analizada a distintos niveles y la elaboración a que pueda ser sometida es un factor determinante del recuerdo que se obtiene. Por otra parte, la elaboración también facilita la recuperación de la información pues contribuye a diferenciarla de otras experiencias. La formación de un recuerdo distintivo, un recuerdo diferente, (por ejemplo, detenerse en las palabras en función de la rima o el significado que tienen) es una de las razones por las que la elaboración mejora el recuerdo.

El término elaboración hace referencia a las actividades que emplean los sujetos cuando recurren a cualquier estrategia para manipular (elaborar) la información que han de aprender. En efecto, una información dada puede analizarse a distintos niveles. Estos niveles pueden entenderse dentro de una jerarquía o secuencia que establecería el grado de superficialidad o profundidad con que la información puede ser analizada. Al mismo tiempo, es interesante que se destaque otro hecho de gran importancia para la instrucción. Una misma tarea puede ser enseñada con distinto nivel de profundidad. Y esto es una cuestión que no depende del sujeto sino del diseño de la tarea por parte del profesor, por lo que los profesores tienen en sus manos la posibilidad de entrenar en distintas actividades mentales que provocan notables diferencias en la cantidad y calidad del aprendizaje obtenido. Está claro que las diferencias en los resultados de aprendizaje las marcan las actividades mentales que realizan los alumnos cuando aprenden. Estas actividades se enseñan y en esto deben trabajar los profesores. Investigadores que han seguido esta línea son Turnure, Buium y Thurlow (1976).

2.4. La teoría de los esquemas

Los teóricos de los esquemas se interesan por las distorsiones de la memoria, explican cosas tales como la comprensión lectora y la formación del pensamiento científico.

Argumentan que los esquemas permiten solucionar bien los problemas y nos ayudan a categorizar, comprender y recordar las cosas. Un esquema puede definirse como una representación mental de todos los ejemplos de algo que mantienen elementos comunes entre sí. La función que desempeñan es en la mente: categorizar las experiencias (Smith, 1989), por lo que hacen más eficiente el uso de la memoria al almacenar cada experiencia individual en lugar de cada experiencia por separado de ella. Presentan dos formas: una para los objetos y otra para los sucesos o acontecimientos. Los esquemas mejoran la eficiencia de la memoria: no almacena todos los detalles de una experiencia, sino que lo hace anotando únicamente lo relevante, lo común a una experiencia con un objeto específico y otras experiencias previas con el mismo tipo de objeto. De esta manera categoriza ayudando a la mente a crearse expectativas a la vez que juega otros papeles: recordar y comprender las cosas. Cuando se crea un esquema para algo, se le proporciona una etiqueta y luego se puede recuperar lo que se conoce sobre este tipo de cosas. También los esquemas facilitan la comprensión al comprender lo que sucede en una historia y lo que esperamos que suceda después formando una representación mental. Los esquemas se forman a través de un proceso de abstracción y pueden cambiar como respuesta a nuevas experiencias ayudando a resolver problemas.

El énfasis que la teoría de los esquemas pone en la abstracción es semejante a la que pone Piaget, pero distinto en Thorndike. Thorndike enfatiza los lazos específicos de la memoria en cada situación concreta, Piaget y los teóricos de los esquemas argumentan que los detalles específicos se pierden cuando se forman los esquemas y los conceptos. Esta Teoría también comparte con la de Piaget el énfasis entre las relaciones significativas de las ideas y el constructivismo. Una vez formados, los esquemas afectan a lo que se recuerda de una experiencia mediante tres procesos: selección, recuperación e interpretación. Los estudios demuestran que la gente es bastante capaz de precisar, de repetir al pie de la letra y recordar con exactitud cuando se lo propone pero que a veces no realiza inferencias sumamente obvias (Schacter, 1989).

Esta teoría da cuenta de muchos aspectos de la memoria, la comprensión, la

categorización, pero no explica todos los aspectos. Rumelhart (1984) propuso que los esquemas se modifican por uno de los tres procesos siguientes: incremento, ajuste y reestructuración. El incremento consiste en añadir o acumular nuevos conocimientos de acuerdo con los contenidos de los esquemas ya existentes en la memoria, es un aprendizaje de tipo asociativo. El ajuste consiste en una modificación más fina y precisa de un esquema, resulta del uso del esquema en diferentes situaciones, lo que favorece la precisión y la eficacia con que se utiliza, mejora el grado de generalización y especializa su aplicación. Es propio del aprendizaje experto y se adquiere con la práctica. La reestructuración implica cambios más considerables y se realiza por dos mecanismos: por inducción cuando los nuevos esquemas se construyen aplicando reglas de inferencia y por generación de patrones cuando se construyen nuevos esquemas a partir de los antiguos. Un ejemplo es el cambio de categorías preoperacionales a categorías de pensamiento concreto que requieren del uso de aspectos más abstractos, todas las partes de un esquema preoperacional se reemplazan por otras completamente diferentes.

Los estudiantes mejor adaptados desarrollan esquemas como respuesta a la retroalimentación que reciben en mayor medida que aquellos que fracasan. Los profesores deberían proporcionar múltiples ejemplos actuales de las cosas que enseñan a fin de que se identifiquen los aspectos comunes de los ejemplos. Deben saber que mediante un estudio sin ayuda, los estudiantes sólo pueden retener porciones pequeñas y selectivas de una experiencia de aprendizaje o de la explicación de la lección. Los estudiantes podrían elaborar y también deformar lo que retienen haciendo inferencias. Para facilitar estos procesos, los profesores deberían evocar los esquemas previos o recurrir a organizadores previos (Mayer, 1979) antes de presentar un tema nuevo.

2.5. La teoría de Vygotsky

Vygotsky fue un psicólogo ruso que desarrolló su teoría en la décadas del 20 y del 30, pero su difusión se produce recién a partir de 1962. Describe el conocimiento en términos de conceptos y funciones; se limita a estudiar el tipo de conceptos que denomina categorías.

Para Vygotsky un concepto es una clase de cosas que tiene una etiqueta y que puede ser definido por un conjunto de criterios. En su teoría, un sujeto demuestra tener un conocimiento maduro de un concepto cuando parece conocer todos los

criterios que definen dicho concepto y cuando comprende que la palabra asignada al concepto es arbitraria y condicional. Encontró que los niños no parecen comprender los verdaderos conceptos hasta el principio de la adolescencia, sólo son capaces de producir pseudoconceptos, o conceptos espontáneos. Un pseudoconcepto deja de ser evidente cuando el niño puede usar una etiqueta correcta para denominarlo. Los verdaderos conceptos están marcados por su generalidad que se deriva del hecho de que los conceptos verdaderos se definen por ser abstractos e independientes del contexto.

Se interesó también por el desarrollo de las cinco funciones básicas: el lenguaje, el pensamiento, la percepción, la atención y la memoria. Describe brevemente la naturaleza de estas funciones dando ejemplos e intentando demostrar que el éxito en las tareas de resolución de problemas y de memoria depende de la integración de una o más de estas funciones en el desarrollo. Es así que el ser humano utiliza sus habilidades lingüísticas para inventar nuevas estrategias o conseguir ideas de otros seres humanos. La función del lenguaje ayuda a romper el círculo estímulo – respuesta y permite controlar el ambiente. Los símbolos del lenguaje son un elemento de mediación entre los estímulos y las respuestas.

Explica la adquisición del conocimiento de varias formas, por ejemplo la tendencia a utilizar símbolos durante la resolución de problemas se adquiere mediante la interacción social. Cada función aparece dos veces en el desarrollo cultural del niño, primero en un nivel social, luego en un nivel individual. Además, Vygotsky argumenta que:

“... la actividad de utilizar signos por parte del niño no es algo simplemente inventado ni mediado por la influencia de los adultos...” (1978: 46)

proviene de algo que no es una operación con un signo pero llega a serlo tras una serie de transformaciones cualitativas (primera respuesta). La segunda respuesta proviene del concepto de desarrollo: el cambio de los conceptos espontáneos en conceptos científicos. Tanto en la primera como en la segunda respuesta, el aprendizaje no se concibe sin la intervención del adulto quien media en las tareas de aprendizaje. La posición difiere de la de Piaget en que sugirió que los niños inventan sus propias ideas. La tercera respuesta apela a la noción de zona de desarrollo próximo (ZDP): las habilidades intelectuales son dominadas progresivamente por los niños. La ZDP es

“...la distancia que media entre el nivel de desarrollo actual determinado por la

independencia (capacidad) para resolver un problema y el nivel de desarrollo potencial determinado por la capacidad para resolver el problema con la guía de los adultos o en colaboración con los compañeros más capaces.” (1978: 59)

Vygotsky implica más a los profesores que Piaget y los considera compañeros de trabajo que actúan a modo de andamio y sin los cuales los estudiantes serían incapaces de ascender y construir los niveles más altos de su propio conocimiento. Para Vygotsky se aprende a través del lenguaje mediante el discurso comunicativo, egocéntrico e interior, creía que el lenguaje guía todo el desarrollo cognitivo del individuo. Describe la adquisición del conocimiento como un proceso de interiorización de las palabras y las acciones del maestro, de los padres y de los compañeros más competentes; los estudiantes mejor adaptados usan el lenguaje egocéntrico y el lenguaje interior para ayudarse a sí mismos a aprender.

2.6. Los aportes de la psicología cognitiva

La tradición cognitiva en psicología, aunque es el paradigma que mantiene una posición dominante en la actualidad, no es una visión totalmente nueva. En el pasado, la psicología de la Gestalt, en general, y otros autores (Bartlett, 1932; Tolman, 1932; Piaget, 1954; Bruner, 1964; Ausubel, 1963; Bandura, 1986) se consideran dentro del paradigma cognitivo y han propuesto teorías sobre el aprendizaje y el conocimiento distintas a las mantenidas por el conductismo.

Debido a la gran influencia de las teorías del aprendizaje, entre los años 1950 y 1960, se desplaza el interés de la psicología cognitiva del aprendizaje de los animales en el laboratorio, hacia el estudio del aprendizaje humano en los mismos laboratorios y se propone el aprendizaje como adquisición de conocimientos. Los psicólogos sustituyeron el enfoque teórico del refuerzo de las respuestas por el enfoque de la adquisición del conocimiento.

Desde esta perspectiva cognitiva, el alumno se convierte en un procesador de información y el profesor en un dispensador o transmisor de la misma. El currículo (los conocimientos que el alumno debe adquirir) pasan a ser el centro de interés de la instrucción. La instrucción parte de la creación y diseño de situaciones en las que el alumno adquiere el conocimiento. Esto se consigue mediante una adecuada organización de los contenidos de los programas escolares. Los contenidos de los pro-

gramas se subdividen en áreas temáticas, los temas en lecciones o tópicos y éstos en los contenidos de información propios de cada lección: hechos, conceptos, teorías, problemas, etc. Esta perspectiva sobre el aprendizaje propicia una organización estructurada del currículo escolar y una enseñanza centrada en el mismo. El alumno avanza progresivamente en la adquisición del conocimiento siguiendo los pasos que marca el programa. El aprendizaje se centra en la adquisición de los contenidos del programa. Los instrumentos básicos de instrucción para la adquisición del conocimiento son los libros de texto y las exposiciones orales del profesor.

El objetivo de la instrucción era aumentar los conocimientos del alumno de modo que los resultados del aprendizaje puedan ser evaluados midiendo la cantidad de conocimientos (información) adquiridos. El alumno juega un papel activo en el aprendizaje pero el centro de atención de la instrucción es el currículo, los conocimientos que se han de adquirir, y no la actividad que el alumno debe desempeñar para aprenderlos.

A medida que la teoría cognitiva se fue desarrollando en las décadas del '70 y '80, los estudios dominantes tratan al aprendizaje como construcción del conocimiento y se estudia el aprendizaje de contenidos en situaciones más reales. Hay un desplazamiento del estudio del aprendizaje al estudio del conocimiento y, en particular, hacia las formas de representar el conocimiento.

La esencia del conocimiento es la estructura: los elementos que constituyen la información forman un todo; están conectados y tienen un significado. La esencia del conocimiento consiste en aprehender el significado, las relaciones entre los elementos.

El aprendizaje ocurre porque el aprendiz trata de comprender activamente la información que proviene del ambiente donde se sitúa. El aprendizaje son los cambios en la estructura mental debidos a las operaciones mentales que realiza quien aprende. El alumno pasa a ser un constructor de su propio conocimiento, dotado de habilidades mentales que le permiten realizar la actividad mental de aprender (pensar). El alumno a través de la metacognición adquiere, además, autonomía y control de sus procesos cognitivos durante el aprendizaje. La importancia reside en la actividad de interpretación de los conocimientos que hace el alumno. De aquí que se

trate de un proceso de construcción personal donde lo importante es la reestructuración permanente del conocimiento a partir de lo que el alumno sabe previamente.

El profesor adopta un rol importante en la instrucción: se convierte en copartícipe, con el alumno, de un proceso de cognición compartida, a saber, del proceso de construcción del significado en cada situación de aprendizaje. En relación con la instrucción, se produce un nuevo desplazamiento: se pasa de una enseñanza centrada en el currículo a una enseñanza centrada en el alumno. Así pues, la instrucción consiste en permitir y promover la actividad mental del alumno. La instrucción se concibe para ayudar al alumno a desarrollar estrategias de aprendizaje y de pensamiento apropiadas para trabajar en diferentes dominios de contenido. En correspondencia, la evaluación adquiere un valor de proceso cualitativo más que cuantitativo. Interesa determinar cómo el alumno estructura y procesa el conocimiento en lugar de preocuparse por determinar cuánto ha aprendido.

2.6.1. La concepción de los procesos de enseñanza y aprendizaje

En los últimos años hemos asistido a un cambio sustancial en la concepción del aprendizaje humano con consecuencias evidentes para la instrucción. Con las aportaciones de la moderna ciencia cognitiva, cognición e instrucción comienzan a ser un binomio indisoluble. Hasta ahora, el papel central en el proceso de enseñanza-aprendizaje lo tenían los procedimientos instrumentales (el programa, los materiales de enseñanza, la actuación del profesor). Valga como aclaración la reflexión de que estos instrumentos son también importantes a la hora de diseñar la instrucción, pero lo que se está planteando es que el papel otorgado al alumno ya no es de receptor pasivo y mecánico de respuestas o el de un mero recipiente donde se acumulaban conocimientos, sino que tiene un papel activo en la regulación del aprendizaje.

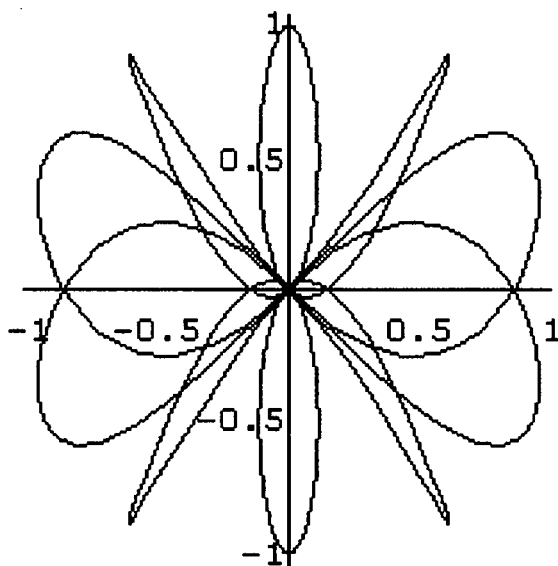
La teoría cognitiva proporciona una explicación más profunda y adecuada del aprendizaje humano e implica formas de instrucción diferentes que facilitan la construcción del conocimiento. Identifica aprendizaje con construcción del conocimiento, de tal manera que aprender se convierte en un proceso de desarrollo del pensamiento. La clave de esta última concepción, como afirma Beltrán (1993), es aprender a aprender, y este binomio es equivalente al de aprender a pensar.

Es a partir de las posturas cognitivas que se comienzan a investigar las estrategias de aprendizaje dado que ya se conoce que los alumnos no aprenden de la misma manera. En lo que sigue analizaremos los principales enfoques conceptuales

para las estrategias de aprendizaje. De estas teorías emerge la importancia de la práctica para el aprendizaje, el hecho de que el conocimiento consiste en una relación de significados, también se destaca la naturaleza constructiva del aprendizaje y su consecuencia más inmediata: que el conocimiento previo puede afectar considerablemente lo que el alumno aprende.

LAS ESTRATEGIAS
DE APRENDIZAJE

3



Introducción

Las estrategias de aprendizaje son procedimientos internos, no observables, de carácter generalmente cognitivo, que ponen en juego los sujetos cuando aprenden y que tienen como fin lograr un plan, un objetivo o una meta. Son una ayuda muy potente para el procesamiento eficaz de la información; se trata de conductas desplegadas por el sujeto que aprende para operar sobre el modo en que se procesa la información (Mayer, 1988); son acciones iniciadas por el sujeto (Palmer y Goetz, 1988), combinaciones de tácticas (Kirby, 1988), secuencia de actividades más que simple acto, ampliamente controladas por el sujeto que aprende y, generalmente, intencionadas y planificadas (Garner, 1988). Normalmente, las estrategias activan los procesos mentales que utilizan las personas, en situación de aprendizaje, para adquirir el conocimiento (Derry y Murphy, 1986).

Las estrategias de aprendizaje tienen pues la función de facilitar los procesos de aprendizaje, y para ello se sirven de tácticas o técnicas específicas de estudio (Beltrán, 1993). Los procesos de aprendizaje (atención, adquisición, recuperación, etc.) siguen el flujo de la información desde que estimula los receptores hasta que se consolida como conocimiento o, en su caso, se ejecuta como acción llevada a cabo por influencia del conocimiento adquirido.

Los procesos, como afirma Beltrán (1993), son intercurrentes e interactivos; así, por ejemplo, la atención influye en la organización y ésta, a su vez, influye en aquélla. Seleccionar una información determinada condiciona el modo de organizarla y la organización obtenida también influye en la posterior interpretación que hagamos de ella. Y a la inversa, la comprensión que resulta de una adecuada organización condiciona la atención a unas partes relevantes de la información en detrimento de otras.

Para hacer efectivas las estrategias son necesarias las tácticas, que son modos concretos de hacer operativas las estrategias. Tienen una relación directa con los contenidos y las demandas del currículo. Una táctica (por ejemplo, utilizar una palabra clave) pasa a formar parte de una estrategia (elaboración) si se sabe cómo, cuándo y dónde utilizar determinadas habilidades que previamente han adquirido los estudiantes. Los que aprenden pueden utilizar una técnica a ciegas sin aplicarla estratégicamente en el procesamiento de la información (Armbruster, Echols y Brown, 1982). Para ello, necesitan de la ayuda de la metacognición. Los autores identifican la

metacognición con un macroproceso de orden superior, caracterizado por un alto nivel de conciencia y de control voluntario, que tiene como finalidad gestionar otros procesos cognitivos más simples y elementales. Según Flavell (1976) la metacognición conlleva el examen activo y consiguiente regulación y organización de los procesos psicológicos en relación con los objetivos cognitivos perseguidos¹. Esto significa que ejerce el papel regulador del resto del sistema cognitivo, incrementando la conciencia y el control del individuo sobre su propio pensamiento y sobre el aprendizaje. El efecto último de la metacognición con este papel regulador del sistema cognitivo no es otro que hacer más adaptativa la conducta del individuo a los requerimientos del medio (Justicia y Cano, 1997).

? [La teoría de las inteligencias múltiples (Gardner, 1995) es un modelo relacionado primariamente con el contenido o el "qué" del aprendizaje, cuando se estudian los estilos, se centra en el "cómo" del mismo. Sin embargo, si bien se estudian los estilos de aprendizaje y las estrategias que utilizan los alumnos, no puede dejar de mencionarse que se lo hace en matemática con un software específico y que existe una inteligencia lógico – matemática para esta teoría que incluye la computación y una inteligencia espacial que "facilitaría" la interpretación y trabajo con lo visual.

Tras haber hecho referencia a los aportes sobre las concepciones y el papel de las estrategias en el aprendizaje, a su relación con los procesos básicos, las técnicas y el metaconocimiento, queda ahora por abordar la cuestión de la clasificación que realizan las distintas corrientes que las han investigado y el estado de esa investigación en cada una de ellas. En lo que sigue, se revisarán las corrientes vinculadas al modelo que se ha adoptado en esta investigación.

¹ Cano, F. "Estrategias y enfoques para aprender eficazmente". Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación". Universidad de Granada.

3.1. LA INVESTIGACIÓN SOBRE LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

3.1.1. Modelo de Weinstein

Para Weinstein y Underwood (1985) las estrategias son una serie de cogniciones o competencias necesarias, o cuando menos facilitadoras, para la codificación adecuada de la información con vistas a su aprendizaje, retención y recuperación efectivas. Weinstein y Mayer (1986) las definen luego como conductas y pensamientos que activa el alumno con el fin de realizar eficazmente el proceso de codificación del material de aprendizaje. Estas competencias pueden ser de diversa clase:

1. Estrategias cognitivas para procesar información. Su finalidad es facilitar el procesamiento de la información tales como estrategias de organización, elaboración, etc.
2. Estrategias para un estudio más activo, cuya ~~su~~ función es facilitar el aprendizaje de la información proveniente de diversas fuentes; por ejemplo la toma de notas, la realización de resúmenes, la preparación de exámenes, etc.
3. Estrategias de apoyo cuya función es predisponer afectiva o emocionalmente al sujeto para que pueda procesar la información con la mejor disposición y persista en la tarea. Se destacan las técnicas de control de la atención, la planificación del tiempo, etc.
4. Estrategias metacognitivas: su finalidad es el logro del conocimiento, la toma de conciencia y el control sobre los propios procesos del pensamiento. Incluye técnicas para dirigir y controlar el aprendizaje de nueva información, detectar discrepancias entre lo que se conoce y desconoce, etc.

Otros autores, como Tobías, (1982); Thomas y Rohwer, (1986); Weinstein y Mayer, (1986), consideran las técnicas de estudio eficaz entre las estrategias de aprendizaje.

Weinstein y Mayer (1986) definen las estrategias como técnicas utilizadas durante el proceso de aprendizaje, que son conductas o actividades cognitivas que se realizan mientras se aprende con el propósito de influir sobre el procesamiento de la información. El procesamiento, según Cook y Mayer (1983) posee cuatro características:

a- Selección: Proceso por el que se realiza una selección activa a una parte de la información que impresiona los receptores sensoriales y pasa a formar parte de la memoria de trabajo.

b- Adquisición: Proceso por el que se transfiere igualmente de forma activa la información desde la memoria de trabajo a la memoria a largo plazo para su almacenamiento permanente.

c- Construcción: Proceso de elaboración de la información por el que se establecen conexiones entre las ideas que han alcanzado la memoria de trabajo. Para desarrollar estas conexiones de naturaleza interna se precisa construir un esquema u organización coherente (Bransford, 1979) con las ideas que constituyen la información recibida.

d- Integración: Proceso de búsqueda de conocimientos previos con objeto de transferirlos a la memoria de trabajo. De este modo se establecen conexiones externas (Mayer, 1982, 1984) entre la información nueva que nos llega y el conocimiento previo que poseemos. Los procesos cognitivos de selección y adquisición determinan la cantidad de lo aprendido, mientras que los de construcción e integración se relacionan con la organización coherente de lo aprendido.

Weinsten y Underwood (1982) en una investigación llevada a cabo con alumnos de enseñanza media y universitaria identificaron cinco estrategias:

- 1- Rutinarias: repetir para retener la información y aprender.
- 2- Físicas: tomar notas de las semejanzas y diferencias físicas entre palabras y partes de palabras.
- 3- Imaginativas: creación de imágenes mentales.
- 4- De elaboración: actividades para relacionar la nueva información con el conocimiento, la experiencia y las actitudes previas.
- 5- De agrupamiento: actividades de estructuración tendientes a agrupar la información de acuerdo con algún esquema clasificatorio.

Más recientemente, a partir de los avances de la teoría del procesamiento de la información, Weinstein y Mayer (1986) realizaron una clasificación de las estrategias acorde con el modelo de enseñanza / aprendizaje²:

² Cano, F. "Estrategias y enfoques para aprender eficazmente". Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación". Universidad de Granada

- Estrategias de Repetición para tareas de aprendizaje básicas (ej: repetición de nombres o ítemes) y para tareas de aprendizaje complejas (ej.: repetir en voz alta, copiar o subrayar.).
- Estrategias de Elaboración, o de creación de conexiones externas, para tareas de aprendizaje básicas (ej.: formular una frase o formar una imagen mental que conecte dos o más ítemes) y para tareas de aprendizaje complejas (ej.: resumir o sintetizar, tomas de notas generativa, crear analogías).
- Estrategias de Organización, o de creación de conexiones internas, para tareas de aprendizaje básicas (ej.: para recordar una lista de ítemes, agruparlos en categorías.) y para tareas de aprendizaje complejas (ej.: elaborar un esquema o un *networking*), con ello se logra seleccionar la información para enviarla a la memoria de trabajo y allí elaborar conexiones o interrelaciones entre las ideas.
- Estrategias de Control de la Comprensión: Conllevan el establecimiento de metas u objetivos, la evaluación de su consecución y la adopción de las modificaciones oportunas en caso de no lograr las metas inicialmente propuestas. Algunos ejemplos pueden ser: identificación de problemas, formularse preguntas antes y después de las lecturas, autocontrol, etc. Para todo ello es importante conocer bien el tipo de tarea que se afronta, el propio estilo de aprendizaje o las mismas estrategias de aprendizaje.
- Estrategias Afectivas: Se utilizan para crear y mantener un clima cognitivo definidor de un contexto que facilite el aprendizaje (e.g., relajación y control de la ansiedad, preparación de un entorno de aprendizaje que evite las distracciones externas, establecimiento de un orden de prioridades).

3.1.2. Modelo de Dansereau

Dansereau (1985) parte de la diferenciación entre dos tipos de estrategias: las "estrategias independientes del contenido" que se utilizan para procesar la información de textos diversos y las "estrategias dependientes del contenido" que se aplican en los procesamientos de textos de características especiales.

Dansereau se ha ocupado del aprendizaje efectivo, de la determinación de estrategias eficaces, indicando características y posibilitando el entrenamiento en ellas con distintos materiales. Considera dentro del primer grupo a las "estrategias

primarias” que operan directamente sobre el texto y se utilizan para adquirir, almacenar, recuperar y manejar la información. También considera las que denomina “estrategias de apoyo”: la predisposición del alumno al aprendizaje, la motivación del que aprende en función de la adecuación al aprendizaje y al estudio.

Las estrategias primarias se dividen en dos grupos: estrategias de comprensión / memorización (comprender el material leído, recordar la información sin tener el texto adelante, corregirla, ampliarla y almacenarla para su asimilación, hacerse preguntas y revisar los errores) y estrategias de recuperación / utilización (comprender las demandas de la tarea, recordar las ideas principales en función de esos requerimientos, detallar las ideas principales con información específica, desarrollar la información en forma de esquemas y revisar la adecuación de la respuesta final).

Las estrategias de apoyo consisten en programar el trabajo, planificar el tiempo, manejar la concentración para evitar distracciones y controlar los procesos que se van logrando procurando desarrollar y mantener un clima cognitivo adecuado, conducente a la implantación y utilización efectiva de las estrategias primarias. Las estrategias de apoyo se subdividen en tres categorías: planificación y temporalización, habilidad para concentrarse (establecimiento y mantenimiento de un buen humor, y manejo de las distracciones), y control y diagnóstico (saber detectar cuando la conducta no es apropiada y realizar los ajustes oportunos).

Como metodología de investigación utilizó un análisis sistemático de los instrumentos de medición de las estrategias; consulta a expertos (profesionales e investigadores) y obtención de un amplio conjunto de ítems. Realizan estudios pilotos y depuración de los ítems (se añaden algunos provenientes de las investigaciones en psicología cognitiva, las sugerencias de los especialistas, y los comentarios de los estudiantes). Definió escalas (análisis psicométrico y consulta a expertos) que fueron incluidas en su instrumento, LASSI, para medir *estrategias de aprendizaje y estudio*: procedimientos para facilitar el procesamiento de la información.

Las estrategias medidas son:

- la actitud e interés hacia los estudios vistos como el deseo de trabajar en tareas académicas;
- la ansiedad, conducta propia de los estados de tensión, pensamientos negativos sobre las propias habilidades, el estado de nerviosismo ante las pruebas;

- la autocomprobación vista como las conductas de repaso y de comprobación del nivel de comprensión alcanzado: repaso mental, formularse preguntas antes, durante y después de las lecturas;
- la concentración como habilidad para prestar atención tanto a las tareas académicas como a las propias actividades de estudio;
- la administración del tiempo, la gestión de planes horarios;
- las estrategias de examen en cuanto al conocimiento de los diferentes tipos de examen y de su preparación, de las distintas estrategias para estudiar y recordar;
- las ayudas de estudio tales como la utilización de estrategias o materiales de ayuda en el aprendizaje de nueva información: elaboración de diagramas, subrayar el texto, hacer resúmenes;
- la motivación, es decir, conductas y actitudes hacia los estudios y hacia el éxito académico: diligencia; autodisciplina, deseo de trabajar duro, responsabilidad;
- el procesamiento de la información en cuanto a la utilización de estrategias de elaboración (imaginativa y verbal) y organización (esquemas), de comprensión y razonamiento;
- la selección de ideas principales tales como la habilidad del estudiante para detectar información relevante a la que luego presta una atención más profunda: capacidad para decidir qué subrayar, para centrarse en los puntos clave.

En su programa de investigación concluye que los sujetos entrenados presentan diferencias significativas en las prueba de comprensión / memorización realizadas con preguntas cortas y en los autoinformes. Al replicar los resultados añade que entrenar a los sujetos en estrategias primarias y después en estrategias de apoyo es más efectivo que hacerlo al revés.

Los modelos de Weinstein y de Dansereau se basan teóricamente en investigaciones de la psicología cognitiva y de la educación, relativas al aprender a aprender y, en especial, a las estrategias de aprendizaje. Parten de un análisis del aprendizaje con base en el laboratorio, pero con fuerte tendencia de aproximación a ámbitos naturales, adoptándose una perspectiva cuantitativa interesada por el aprendizaje en contextos académicos.

3.1.3. Modelo de Rohwer

Un modelo reciente de investigación es el presentado por William Rohwer que tiene por objetivo la creación de una psicología educativa del estudio. Sus trabajos se refieren al estudio y su relación con el aprendizaje. Según Rohwer el estudio es una modalidad de aprendizaje con características especiales: es una actividad normalmente aislada, que exige esfuerzo personal, voluntad y cuya eficacia depende del contexto y es difícil precisar en que consiste.

La metodología utilizada se basa en encuestas e inventarios (Entwistle y Brennan, 1971), investigaciones puntuales con precisas manipulaciones experimentales (Owings y cols., 1980). Se realizaron análisis sistemáticos de las entrevistas realizadas a los sujetos (*interviews*) (Entwistle y Marton, 1975) a propósito de una tarea habitual que hayan realizado (ej.: leer un artículo académico). El estudio minucioso de estas manifestaciones de los pensamientos de los estudiantes fue utilizado como base para derivar conceptos y categorías sobre el aprendizaje académico desde un enfoque muy próximo a las experiencias de los sujetos, adoptándose una metodología cualitativa. El análisis de las interrelaciones de los diversos conceptos sirve de fundamento para la construcción de pruebas con ítems y escalas que reflejan los conceptos y categorías (e.g., *approaches to study*) detectados. En este nivel, se emplea el análisis cuantitativo (*Factor Analysis*) para descubrir la presencia de conglomerados de tácticas (estrategias) que si exhiben una consistencia intersituacional, en el uso que de ellas hacen los sujetos, reciben el nombre de orientaciones (*orientations*). El inventario que utilizan es el *A.S.I. Approaches to Studing Inventory*, que evalúa las orientaciones de los sujetos.

La *Orientación al Significado* se refiere al enfoque profundo conceptualizado como el aprendizaje activo, el formularse preguntas; la Interrelación de ideas expresada como la elaboración de cuadros y esquemas de relaciones; el empleo de la evidencia para fundamentar las conclusiones; la motivación intrínseca que es el interés por el aprendizaje en sí mismo; el aprendizaje por comprensión tomado como la disposición a organizar los temas y a pensar de modo divergente.

La *Orientación memorística* se refiere al enfoque superficial de aprendizaje memorístico; el seguimiento de normas en relación a la dependencia respecto a la definición de tareas de aprendizaje que hacen los profesores; el miedo al fracaso como pesimismo y ansiedad respecto a los resultados académicos; la motivación extrínseca que es el interés en los cursos por la cualificación que ofrecen.; el

aprendizaje por operación como el énfasis en los hechos y análisis lógicos; la imprevisión como patología consistente en depender excesivamente de los detalles.

La *Orientación al logro* es el enfoque estratégico como conciencia de la implicaciones de las demandas académicas realizadas por el profesorado acompañada por la motivación de logro: competitividad y seguridad en sí mismo.

La *Orientación no académica* se refiere a los alumnos que poseen métodos de estudio desorganizados, incapacidad para trabajar regular y efectivamente, actitudes negativas como la falta de interés y aplicación, la injustificación como patología consistente en la rapidez y ligereza en obtener conclusiones sin realizar las pertinentes justificaciones.

Para Thomas y Rhower (1982) el estudio es una variable que determina de modo directo el nivel de rendimiento alcanzado en una tarea y que está determinado por las diferencias individuales de los estudiantes, las características del curso que realizan y las tareas que han de aprender. Las actividades de estudio pueden ser de tres tipos:

a- cognitivas, que se dividen en: 1) manifiestas, tales como la toma de notas o apuntes, esquemas, clasificación o tabulación, trabajar problemas, explicar por escrito; 2) encubiertas, por ejemplo seleccionar, repetir, elaborar, organizar, repasar mentalmente.

b- afectivas: como reducir la ansiedad, auto-reforzarse, hablarse a sí mismo, asignarse metas.

c- administración y uso de recursos, por ejemplo distribuir el tiempo y el esfuerzo, consultar textos auxiliares, consultar al profesor, preparar las condiciones ambientales de estudio, consultar pruebas anteriores.

También detecta las características de los estudiantes que se relacionan con el uso de estrategias y sus orientaciones. Las clasifica en características: a) de fondo, en las que incluye edad, conocimiento sobre el estudio, habilidad, "locus" o "control", motivación de logro y b) inmediatas, tales como la capacidad de procesamiento, la experiencia y conocimiento de la tarea, la ansiedad ante las pruebas y exámenes, el interés por el tema.

Las características del curso y de la tarea pueden ser muy heterogéneas y sugieren dos dimensiones principales (Rohwer, 1984a): la primera relacionada con las demandas cognitivas exigidas y la segunda con los niveles volitivos. Como ejemplo: un curso asistido por ordenador requiere una fuerte demanda cognitiva, pero dispone

de sesiones de estudio supervisadas, con información y ayuda adicional para resolver las dudas y dificultades (bajo nivel volitivo).

Entre las actividades de estudio, distinguen ocho funciones implicadas, divididas en dos clases:

a- actividades cognitivas: se utilizan para facilitar el procesamiento de la información (selección, comprensión, memoria, integración y control cognitivo).

b- actividades de autodirección: se utilizan para mantener e incrementar la atención, el esfuerzo y el tiempo dedicado al aprendizaje (administración del tiempo, administración del esfuerzo y control volitivo).

Para Cano y Justicia, estos autores hablan de estrategias de aprendizaje aplicadas al caso y contexto del estudio.

Es interesante destacar que "en relación al tipo de estudio Entwistle se detiene especialmente en el análisis de la incidencia de la Facultad o del Departamento en las estrategias de los sujetos. Kolb hace un planteamiento más genérico de esta cuestión y Schmeck y Weinstein coinciden en analizar las estrategias y estilos de aprendizaje sin tener en cuenta el tipo de estudios que cursa el sujeto³. Cano y Justicia (1993) han investigado las estrategias y estilos de alumnos de diversas especialidades encontrando diferencias significativas en ellas.

3.1.4. Modelo de Schmeck

Otro investigador importante es Schmeck quien desarrolla investigaciones de psicología cognitiva relativas a la memoria y el aprendizaje, y en especial, al concepto de "niveles de procesamiento" ("levels of processing").

Los investigadores de esta corriente parten de un análisis del aprendizaje en contextos de laboratorio, adoptando una perspectiva cuantitativa (experimental) centrada en el procesamiento de la información. Realizan un análisis detenido de las teorías y descubrimientos relativos al procesamiento de la información y, en especial, de las áreas de aprendizaje verbal y aprendizaje de prosa, con la finalidad de seleccionar los procesos más importantes. En sus trabajos construyen ítem que reflejan esos procesos y los evalúan en términos de las actividades, medio, y conductas propias del estudio universitario, añadiendo ítems que se suponen

³ Cano García, F. y Justicia Justicia, F.: " Factores académicos, estrategias y estilos de aprendizaje".Revista de Psicología general y aplicada, 1993. Pp 89-99

propios de las conductas de los estudiantes en distintas situaciones: atender a una clase, tomar notas, preparar exámenes.

Construyen el inventario de procesos de aprendizaje (I.L.P) del que determinaron su fiabilidad y validez. Los investigadores identifican los estilos de aprendizaje mediante el análisis ("*factor analysis*") de las respuestas de los sujetos a los ítems (tácticas) de aquél. Los conglomerados de "tácticas" detectadas son combinados para formar escalas que sirven como definiciones operativas de las *estrategias de aprendizaje*. Cuando las estrategias de aprendizaje tienden a utilizarse de modo persistente, pese a la variaciones de la situación, se está en presencia de los *estilos de aprendizaje*.

Las escalas determinadas son las de procesamiento profundo, procesamiento elaborativo, memoria de hechos y métodos de estudio. Los ítems tenidos en cuenta para la escala de procesamiento profundo son la profundidad en el procesamiento de la información y los procesos de organización, lo que implica conceptualización, búsqueda del significado, comparación y contraste, categorización, organización y evaluación crítica. Para el procesamiento elaborativo se observa la personalización de la información, la traducción de ésta en palabras y experiencias propias, la búsqueda de aplicaciones prácticas y de utilización de imágenes visuales. La memoria de hechos contempla el almacenamiento de información factual como hechos, detalles, fórmulas y definiciones. Los métodos de estudio miden los hábitos de estudio clásicos (tomar notas, repasar, etc.).

3.2. LA CATEGORIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS:

El tema de la categorización de las estrategias ha sido abordada por diversos autores (Beltrán, 1993; Cano, 1994; Pozo, 1990), y en líneas generales suele existir un cierto acuerdo en diferenciar entre estrategias metacognitivas, estrategias cognitivas y estrategias de apoyo.

Como se ha expresado anteriormente, la metacognición interviene en la regulación y control de la actividad cognitiva del individuo, optimizando los recursos cognitivos disponibles. Entre las *estrategias metacognitivas* Brown (1987) destaca tres principales: la planificación, la regulación y la evaluación. Se trata de tres procesos altamente interactivos, superpuestos y recurrentes.

Las *estrategias cognitivas*, como señala Beltrán (1995), son una especie de reglas o procedimientos intencionales que permiten al sujeto tomar las decisiones oportunas de cara a conformar las acciones que caracterizan el sistema cognitivo. Las dos tareas cognitivas más elementales conciernen a la adquisición y al procesamiento de la información. Entre estas habilidades se incluyen la atención selectiva, la separación de la información relevante de la que no lo es, la comprensión y la utilización del conocimiento previo. Son estrategias que requieren analizar, inferir, sintetizar y conectar la información, es decir, transformar la materia prima (la información) de la que se nutre el conocimiento.

Las *estrategias de apoyo* se relacionan con el ámbito de la motivación, teniendo como finalidad sensibilizar al estudiante con lo que va aprender. Tres ámbitos determinarán el grado de implicación hacia el aprendizaje: la motivación, el afecto y las actitudes. Las estrategias de apoyo se dirigen, al control de los recursos no cognitivos que el estudiante puede manejar para mejorar el rendimiento en las tareas académicas que emprende. Estos recursos regulan el tiempo de estudio, el ambiente de aprendizaje, el esfuerzo y la perseverancia en la tarea. La inteligencia sin el concurso de la voluntad resulta poco efectiva. La mejora del rendimiento requiere el concurso interactivo de la motivación (*will*) y la cognición (*skill*) (Pintrich y De Groot, 1990).

Según el modelo de Rhower y considerando el estudio de Cano y Justicia⁴ se pueden exponer tres hipótesis a las que adherimos conceptualmente:

- Hipótesis de especificidad: la efectividad de una estrategia de estudio depende de las demandas cognitivas y volitivas de las tareas a que se aplique.
- Hipótesis mediacional: la influencia de las características del curso en las actividades del estudio está modulada por las diferencias individuales de los alumnos.
- Hipótesis de la flexibilidad: los estudiantes que muestren un nivel de rendimiento más alto serán aquellos que modifiquen sus procedimientos de estudio de acuerdo con los requerimientos cognitivos y volitivos del curso que realizan.

Hay que hacer constar que no se han hecho pruebas a largo plazo para determinar la persistencia del efecto de facilitación de procesamientos de textos. Levin (1986) indica que las estrategias efectivas de aprendizaje deben tener componentes identificables que permitan su manipulación y control sistemáticos. Otra cuestión im-

⁴ Cano García, F. y Justicia Justicia, F.: "Las estrategias de aprendizaje: estado de la cuestión", Dep. de Psicología evolutiva y de la Educación, Univ. de Granada.

portante apuntada por Dansereau (1985) es la ausencia de estudios que relacionen la efectividad del entrenamiento con las diferencias individuales de los sujetos entrenados. Ello requeriría un planteamiento cercano a la investigación básica en el que se intentase delimitar los componentes de las diversas estrategias tal como empiezan a sugerir algunos autores (Thomas y Rohwer, 1986; Levin, 1986). Las estrategias dependientes del contenido pueden ser determinadas y luego de evaluadas podrían integrarse en un programa conjunto con las estrategias independientes del contenido.

3.3. RELACIONES ENTRE LOS ESTILOS Y LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE.

Los investigadores, además de detectar y conocer los procesos que subyacen en el fenómeno del aprendizaje, y concretamente, las estrategias que los sujetos más eficaces emplean en el momento de aprender, han podido constatar la existencia de importantes diferencias individuales en este ámbito; reconociendo que las variables estilísticas y de personalidad pueden actuar facilitando o interfiriendo los procesos cognitivos que intervienen en el procesamiento de la información (Koran, 1977). Es lo que se ha dado en denominar "Estilo de Aprendizaje". Al igual que en el caso de las estrategias, no existe una definición unívoca, y cada autor y/o grupo de investigación propone una diferente y con distinto grado de generalidad.

Para Kirby (1988) los estilos consisten en el empleo habitual de un conjunto de estrategias similares. Para Keefe (1979: 4) los estilos de aprendizaje son "conductas cognitivas, afectivas y fisiológicas que sirven como indicadores relativamente estables de cómo el que aprende percibe, interactúa con, y responde al entorno de aprendizaje. Smith y Renzulli (1984: 45) desde un punto de vista netamente educacional, los definen como la contrapartida de los estilos de enseñanza, es decir, los definen "en términos del rango de estrategias instruccionales mediante las cuales los estudiantes llegan normalmente al acto de aprender". Desde este punto de vista, autores como Dunn (1984), se interesan en diagnosticar los estilos para que el profesor pueda atender, asistir y enseñar a los alumnos desarrollando en cada uno de ellos sus mejores potencialidades.

Finalmente, insistiendo en su relación con las estrategias es posible definir el término estilo (*learning style*), como una "predisposición de parte de los estudiantes a

adoptar una estrategia de aprendizaje particular independientemente de las demandas específicas de la tarea de aprendizaje" (Schmeck, 1983: 233).

En el caso de los términos Estrategias de Aprendizaje y Estilos de Aprendizaje, su uso se asocia generalmente a una *concepción cognitiva del aprendizaje*. Desde esta perspectiva, y particularmente desde la del procesamiento de la información, se recalca no sólo la importancia de la cantidad de unidades de información aprendidas, sino también otros aspectos tales como: el papel selectivo de la atención, la construcción de conexiones internas y externas, los tipos de información adquirida (directa, inferencial, etc.). Autores representativos de esta línea son Weinstein y Underwood (1985) o Schmeck (1988).

Otro autor relevante es Biggs, quien comienza a investigar sobre los estilos de aprendizaje en la década del sesenta. Confirma la correlación entre las puntuaciones en factores de personalidad y el rendimiento académico de los alumnos. A partir de allí, trata de confirmar la hipótesis de que la variabilidad en factores tales como el estilo cognitivo, el estilo personal y los valores, podrían generar formas diferentes de abordar la tarea de aprender de los alumnos. El resultado de este trabajo fue el Study Behaviour Questionnaire (SBQ), publicado en 1976. Este estudio incorporó la teoría de que existe una fuerte congruencia entre tres conjuntos de estrategias y motivaciones, basados en una motivación de tipo instrumental, una motivación intrínseca y una motivación por rendimiento.

Parece lógico, tal como apuntábamos más arriba, que pueda existir una amplia relación entre los conceptos de estrategias y estilos medidos por diferentes inventarios. Es así que se distinguen dos conceptos básicos: el concepto de estrategia y el concepto de estilo de aprendizaje. El término estrategia de aprendizaje (*learning strategy*) puede definirse de forma muy diversa. Sin embargo, pese a la diversidad, un rasgo central se repite en todas las definiciones de las publicaciones analizadas. Tal como indican los autores, las estrategias de aprendizaje son:

- acciones que parten de la iniciativa del alumno (Palmer y Goetz, 1988),
- que aparecen concatenadas en una secuencia y, por tanto, no representan un conjunto de actividades aisladas,
- que son controladas por el sujeto que aprende y, por último,
- son, generalmente, deliberadas y planificadas por el propio sujeto (Garner, 1988).

El concepto de estilo (*learning style*) se define como una

"predisposición por parte de los estudiantes a adoptar una estrategia de aprendizaje particular con independencia de las demandas específicas de la tarea de aprendizaje" (Schmeck, 1983: 233).

En la definición de los estilos, -también ocurre con las estrategias-, se aprecian algunas diferencias entre autores. Así, por ejemplo, Schmeck (1988) y Kirby (1988) coinciden básicamente cuando se refieren a los estilos de aprendizaje como conjuntos de estrategias similares que utilizan los sujetos de forma habitual. Entwistle (1988) y Biggs (1988) incluyen en la noción de estilo elementos motivacionales no presentes en los dos autores anteriores.

Esta información resulta muy útil para detectar el tipo de estrategias que contienen las escalas de los inventarios descritos anteriormente. Consideramos como estrategias fundamentales las siguientes: repetición, elaboración, organización, estrategias de regulación (autocontrol) y estrategias de apoyo. Si analizamos el contenido de las escalas, observamos algunas relaciones de interés entre los tres cuestionarios.

Los inventarios parecen tener algunos núcleos en común. El *ILP* contiene estrategias de repetición que también recoge el *ASI* y el *LASSI*, igual ocurre con la estrategias de organización, elaboración y apoyo, por lo que era de esperar que en los análisis que se practicaron deberían de aparecer asociadas. Finalmente, se evidencia el escaso número de estrategias de regulación o control estudiadas por los distintos autores.

Las escalas de los tests considerados han sido sometidas a diversos análisis multivariados que han permitido detectar, con claridad, la estructura y dimensiones subyacentes a los datos.

Por consiguiente, es importante resaltar que las clásicas y -por otra parte, denostadas- técnicas y métodos de estudio, lejos de quedar relegadas en las clasificaciones de estrategias de aprendizaje procedentes, tanto de las investigaciones de Psicología Cognitiva (Schmeck et al., 1977; Weisntein et al., 1988), como de los análisis cualitativos de los procesos de estudio (Entwistle et al., 1979a, 1979b; Entwistle y Ramsden, 1983; Marton et al., 1984), juegan un papel principal en el bagaje estratégico de los estudiantes. En España este primer factor explica, por sí sólo, algo más del 42% del total de la varianza común (Cano y Justicia, 1992).

Así pues, se puede afirmar que junto a las modalidades superficial y elaborativa de procesamiento de la información, en el sentido en que han sido descritas, se tiene

un tercer factor representado por los métodos de estudio. El patrón de este factor vendría definido por el uso de unos métodos de estudio organizados, acompañado de estrategias de apoyo, asociado a un enfoque de tipo estratégico, autorregulativo y caracterizado, en último término, por el deseo de trabajar duro y sobresalir académicamente.

En este factor, como en los dos factores comentados anteriormente, destaca la presencia de un importante componente motivacional. Está representado básicamente por la escala de Motivación del LASSI y la escala de Motivación de logro del ASI. Es oportuno recordar que este componente motivacional está presente en las dos modalidades de procesamiento de la información: el procesamiento superficial se asocia con un tipo de motivación extrínseca y procesamiento elaborativo se asocia con una motivación de tipo intrínseco. Este hecho demuestra, en un sentido global, que entre los instrumentos y planteamientos teóricos analizados existe una estructura común y tripartita. Esta misma estructura está presente, también, en los resultados de Biggs (1976) en relación al Study Behaviour Questionnaire. En efecto, Biggs define tres vías (dimensiones) por las que se realiza el aprendizaje: *Achieving* o motivación de logro y estudio organizado; *Utilising* o motivación extrínseca / miedo al fracaso y estrategias de aprendizaje memorístico; y, por último, *Internalising* o motivación intrínseca y asimilación del significado.

Como conclusión se puede afirmar que existe una estrecha relación entre los instrumentos diseñados por las principales líneas de investigación a la luz de los resultados obtenidos. Las diferentes estrategias / estilos de aprendizaje se agrupan, por lo tanto, en tres núcleos básicos, prácticamente los grandes grupos de estrategias descritas por Flavell (1977), si bien con la consideración de aspectos no sólo propiamente estratégicos sino también motivacionales. Ciertamente, el buen aprendizaje requiere, tanto una motivación que le sirva de base (Biggs, 1988), como el despliegue de una rica variedad de estrategias ajustadas a las demandas de la tarea en cuestión (Thomas y Rohwer, 1986; Pintrich, Cross, Kozma y McKeachie, 1986; Snow y Swanson, 1992). Sin embargo, amén de lo expuesto, aún se necesita investigar otras muchas cuestiones en torno a las estrategias, como son: a) conocer con mayor profundidad los fenómenos del aprendizaje académico, en general, y del estudio, en particular; b) analizar las coordenadas bajo las cuales tiene lugar; c) determinar las estrategias aplicables a diferentes tipos de conocimientos (declarativo, procedimental y estratégico); d) mejorar el conocimiento de las relaciones entre

estrategias y niveles de procesamiento de información (Cook y Mayer, 1983; Mayer, 1987); e) establecer la relación entre estrategias y contenidos de aprendizaje, particularmente los relativos al ámbito escolar; e) realizar estudios más precisos sobre la incidencia de las estrategias en los resultados del aprendizaje (rendimiento escolar); f) examinar con detenimiento el proceso de desarrollo y adquisición de las estrategias de aprendizaje; y g) construir nuevos inventarios a partir de análisis cualitativos y cuantitativos de conjuntos de ítems procedentes de estos o de otros inventarios (Waterston, 1987).

3.4- EL MODELO DE BIGGS

En esta investigación nos hemos apoyado en el modelo teórico desarrollado por Biggs quien considera al aprendizaje como un cambio más o menos permanente de conducta que se produce como resultado de la práctica (implica adquisición de conocimientos y construcción de significados). Se apoya en el supuesto de que el papel principal del aprendizaje lo desarrolla el alumno, quien aprende, no sólo lo concerniente a la disciplina en cuestión, sino también instrumentos cognitivos y comunicativos de la cultura. Su interés está centrado en el análisis e intervención de las actividades que despliega el alumno cuando aprende. Los resultados del aprendizaje dependen del modo en que el profesor presenta la información y de cómo la adquiere, procesa / codifica y recupera el alumno. Las estrategias de aprendizaje ayudan para el estudio (adquirir, procesar, recuperar y transferir con eficacia la información).

Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, la tarea principal del alumno es aprender antes, durante y después de participar en las distintas actividades que se llevan a cabo cuando se realizan las tareas escolares. La tarea académica por excelencia es el estudio: una modalidad de aprendizaje, de carácter cognitivo y metacognitivo, frecuentemente individual e interactiva, organizada, estructurada e intencional, intensiva, autorregulada y basada, casi siempre, en unos materiales escritos, en un texto (Hernández y García, 1991) y que, además, crea expectativas, automotivación, genera autoconceptos y supone siempre un esfuerzo personal.

De acuerdo con Biggs (1994), el aprendizaje resulta de la interrelación de tres elementos clave: la intención (motivación) de quien aprende, el proceso que utiliza (estrategia) y los logros que obtiene (rendimiento).

El modelo general de aprendizaje consta de tres factores:

Factores de presagio

Los factores de presagio son independientes de la situación o contexto del aprendizaje pero pueden afectar al rendimiento directa o indirectamente, a través de su influencia en los factores de proceso.

- a) Factores personales: (capacidad de inteligencia y habilidades cognitivas, nivel sociocultural familiar, características de personalidad, experiencia previa)
- b) Factores situacionales: (contenido de la materia, método de enseñanza, evaluación, estructura del curso, tiempo de estudio, etc.)

Factores de proceso

Estos factores determinan la forma que tienen los estudiantes de iniciar y ejecutar las tareas de aprendizaje. Hace referencia a los motivos para el aprendizaje y las estrategias que llevan asociadas. De este modo, el enfoque / aproximación (approach) del estudiante al aprendizaje es un compuesto y combinado de un motivo y una estrategia adecuada, relacionada y coherente. Identifica tres enfoques de aprendizaje:

El enfoque profundo lo poseen los estudiantes intrínsecamente motivados que tienden a extraer el mayor significado de las tareas; leen en profundidad, relacionan el nuevo contenido con lo que ya conocen.

El enfoque de logro es propio de estudiantes motivados para lograr las calificaciones más altas, que organizan su trabajo y el tiempo disponible.

El enfoque superficial es característico de estudiantes que aprenden con el mínimo esfuerzo o simplemente pasan sus asignaturas, se centran en los componentes esenciales y los aprenden de una manera memorística y rutinaria.

Factores producto

Son factores vinculados a los resultados, es decir al rendimiento académico que obtienen los sujetos.

* Los motivos son previos a las estrategias y se crean, por una parte, a partir de la estructura de la personalidad de los sujetos y, por otra, a partir de las presiones si-

tuacionales, contextuales y/o instruccionales.

* Las estrategias surgen de los estados motivacionales de los sujetos de acuerdo con las demandas de las tareas que deberán realizar en su proceso de aprendizaje.

3.4.1. Categorías generales y tipos de estrategias de aprendizaje

El autor propone un conjunto de categorías que se corresponden con diferentes tipos de estrategias:

CATEGORÍAS	TIPOS DE ESTRATEGIAS
<p>ESTRATEGIAS COGNITIVAS Integrar lo nuevo con el conocimiento previo.</p> <p>PROCESO: atención, selección, comprensión, elaboración, recuperación, aplicación</p>	<p><u>Estrategias de procesamiento superficial</u></p> <ul style="list-style-type: none"> * De repetición memorísticas mnemotecnia * Enfoque Superficial y Compuesto Superficial-Logro . <p><u>Estrategias de procesamiento profundo</u></p> <ul style="list-style-type: none"> * De selección / esencialización * De organización * De elaboración * Enfoque Profundo y de Logro, Compuesto Profundo Logro.
<p>METACOGNICIÓN: la planificación, supervisión y evaluación. Control del conocimiento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Con la persona * Con la tarea * Con la estrategia
<p>ESTRATEGIAS DE APOYO: mecanismos o procedimientos que facilitan el estudio. Sensibilizar hacia el aprendizaje. Optimizar las tareas de estudio y aprendizaje.</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Afectivas * Motivacionales * Actitudinales

3.4.2. Características del CEPEA

En base al esquema anterior, el autor, en 1970, diseña un cuestionario para evaluar la conducta de estudio (Study Behavior Questionnaire, SBQ) que dio lugar al cuestionario para evaluar los procesos de estudio con universitarios (SPQ) y otro

para evaluar procesos de aprendizaje (LPQ) de alumnos de secundaria. El SBQ e investigaciones posteriores permiten identificar las principales dimensiones y factores que integran los diversos mecanismos psicológicos que definen la conducta de estudio y aprendizaje. Producto de la integración de estas investigaciones es el Cuestionario de Evaluación de Procesos de Estudio y Aprendizaje (CEPEA), utilizado en esta investigación para caracterizar a los estudiantes que realizaron la experiencia.

3.4.3. Descripción general / funcional y específica de los enfoques de aprendizaje: motivos y estrategias

La utilización del instrumento CEPEA permitió caracterizar los estilos y las estrategias de aprendizaje de los alumnos. Conocer de qué modo realizan sus tareas de estudio y aprendizaje, revelar los procesos de pensamiento y elaboración de la información permitieron mejorar la eficacia de los análisis realizados, centrándonos tanto en el proceso como en los mecanismos y motivaciones que subyacen cuando realizaron la tarea. Anticipar los estilos y estrategias contribuyó a observar con determinismo y buscar la confirmación de procesos de pensamiento utilizados al estudiar matemática. También encaminar la búsqueda de explicaciones de sus formas de actuar con los instrumentos que tuvieron a su alcance para realizar la experiencia, tales como el software, los textos, a través de la suposición de sus motivaciones. En los párrafos siguientes, se describen y caracterizan los enfoques básicos: superficial, profundo y de logro.

1) Enfoque superficial (ES):

Descripción general

Los sujetos están instrumental, pragmática o extrínsecamente motivados: la motivación es extrínseca. La estrategia apropiada para lograr esta intención / motivo se caracteriza por limitarse a lo esencial en su proceso de aprendizaje, y que es reproducible por medio de un aprendizaje mecánico. Se centra en los aspectos concretos y literales de los componentes de las tareas, más que en su significado, y la naturaleza reproductiva de la estrategia superficial omite o evita las interrelaciones que puedan existir entre los componentes de la tarea, de tal forma que ésta no se percibe como un todo unificado.

No se perciben las interconexiones entre elementos, más bien se centran en

los rasgos superficiales, señales de aprendizaje, no en el significado o implicaciones de lo que se ha aprendido.

Descripción específica

Los motivos son superficiales, consisten en lograr los requisitos mínimos de la tarea; hay un equilibrio entre fracaso y trabajar nada más que lo necesario, es decir, la intención es cumplir con los requisitos que exige la tarea sin trabajar demasiado. Motivación extrínseca. Motivación pragmática utilitarista. El principal objetivo es conseguir las mínimas calificaciones exigibles para aprobar. Las tareas se abordan siempre como una imposición externa.

No hay reflexión acerca de los propósitos o estrategias. Se limitan a lo esencial y a reproducirlo para los exámenes por la modalidad de aprendizaje memorístico / mecánico.

La estrategia es de simple reproducción: los estudiantes se centran en detalles seleccionados y los reproducen con precisión. Memorizan temas / hechos / procedimientos, sólo los necesarios para poder pasar las pruebas o exámenes. Se centran en los elementos sueltos, no hacen la integración. No distinguen principios a partir de ejemplos.

2) Enfoque profundo (EP)

Descripción general

Los estudiantes mantienen la motivación intrínseca para comprender y relacionar los diferentes contenidos y la expectativa de disfrutar haciéndolo. Adoptan estrategias que llevan a satisfacer la curiosidad por la búsqueda del significado propio y asociado a las tareas. Intentan relacionar el contenido a contextos personalmente significativos o al conocimiento previo existente, teorizando sobre lo que aprenden, relacionando otros conocimientos anteriores con las tareas, formulando hipótesis sobre cómo relacionarlo con lo conocido o con temas de interés y derivando extensiones y excepciones. Las pautas de la conducta de estudio están condicionadas por la ejecución de lecturas en profundidad, por la discusión y debate con los profesores y / u otros compañeros y compañeras.

Descripción específica

El motivo es profundo, tienen un interés intrínseco en lo que se están aprendiendo; desarrollan competencias en asignaturas particulares. La motivación se centra en el propio interés por la materia y otros temas o áreas relacionadas. Hay una

intención clara de comprender, de satisfacer la curiosidad sobre los temas, reflexionar, preguntarse, relacionar. La intención es examinar y fundamentar la lógica y el desarrollo de los argumentos. Tratan de descubrir el significado leyendo en profundidad, interrelacionando los contenidos con el conocimiento previo relevante.

La estrategia profunda consiste en maximizar la comprensión lo que se está aprendiendo a través de la interrelación de ideas, la lectura comprensiva u el debate. Produce una fuerte interacción con los contenidos. Relacionan los datos con las conclusiones, los nuevos conocimientos con la experiencia cotidiana y los conocimientos previos.

3) Enfoque de logro (EL)

Descripción general

Los sujetos se basan en la manifestación de la propia competencia con respecto a sus compañeros / as, específicamente obteniendo las más altas calificaciones. Su orientación hacia el aprendizaje y la forma de abordar las tareas se fundamentan en un modo particular de motivación extrínseca: el incremento de la autovaloración (el yo) manifestado a través de un logro visible y, en particular, las notas. El motivo de logro implica la competición y la autovaloración asociada a la obtención de buenas calificaciones y buen rendimiento. Buscan una concepción institucional del aprendizaje, es importante para ellos satisfacer los requisitos formales como la presentación ordenada y clara de los trabajos / tareas, la puntualidad en el tiempo de realización, la interpretación correcta de las tareas. Intentan economizar esfuerzos orientados a contextos instruccionales altamente estructurados.

Descripción específica

Los motiva el logro, incrementan el ego y la autoestima por medio de la competencia. Intentan obtener las calificaciones más altas, sea o no interesante la materia. Tienen necesidad de rendimiento: sobresalir, competir, necesidad de organizar el tiempo y espacio de trabajo. Hacen todas las lecturas sugeridas. Se ajustan a los tiempos fijados. Se comportan como estudiantes modelo.

La estrategia concreta es asignar tiempo, esfuerzo y atención dependiendo de la rentabilidad de la tarea para el estudiante. Están atentos a las indicaciones acerca de las formas de calificación del profesor. Organizan el tiempo y distribuyen el esfuerzo para obtener los mejores resultados. Se procuran los materiales adecuados y buenas condiciones de estudio, crean "destrezas de estudio".

El enfoque profundo tiene unos vínculos más estrechos con los factores de personalidad, se asocia con los resultados de aprendizaje más complejos y satisfactorios, requiere un menor grado de estructura instruccional y de enseñanza formal.

El enfoque de logro está menos relacionado con factores personalológicos y más con situacionales, más relacionado con estructuras de apoyo instruccional, sobre todo, las que enfatizan la competitividad, puede superponerse con el enfoque profundo para formar un enfoque profundo logro. Este compuesto se encuentra con mucha facilidad, tanto en alumnos de enseñanza universitaria como de Educación Secundaria.

El enfoque superficial es el más susceptible y moldeable por las presiones situacionales y del contexto, está asociado con una enseñanza altamente directiva que conduce a resultados específicos que implican una simple memorización, retención de hechos, de procedimientos aunque no están relacionados y que están demasiado asociados con efectos negativos. Sólo sirve para la reproducción, sin más, de los contenidos de aprendizaje, no es lo más común obtener un compuesto de enfoque del tipo superficial logro, aunque se da en ciertos alumnos de secundaria y menos en universidad.

3.4.4. Los resultados del aprendizaje según los enfoques adoptados

Los Enfoques de Aprendizaje descritos en el apartado anterior condicionan diferentes tipos de resultados de aprendizaje. Si el estudiante adopta un enfoque superficial, tiende a retener y memorizar mecánicamente los detalles y hechos sin tener en cuenta las relaciones estructurales inherentes en los datos que están siendo aprendidos, con resultados emocionales o afectivos de sentimientos de insatisfacción, aburrimiento o un cierto rechazo por el trabajo y el esfuerzo que ello supone. Si adopta un enfoque profundo trata de comprender la complejidad estructural de la tarea y posee sensación de sentimientos positivos con respecto a la misma. El enfoque de logro conduce a rendimiento en los exámenes, buen autoconcepto académico y a sentimientos de satisfacción por los resultados obtenidos. Los enfoques, especialmente el profundo y de logro son más eficaces cuando los estudiantes están conscientemente seguros de sus propios procesos de aprendizaje e intentan deliberadamente controlarlos.

El compuesto profundo – logro es el más asociado a los atributos de la educación formal. Es posible que los estudiantes combinen un Enfoque de Logro con un

Enfoque Profundo o Superficial. Es el caso, por ejemplo, de un estudiante que puede ver la forma de obtener máximas calificaciones si aprende los contenidos de memoria y selectivamente de una forma organizada y sistemática, o bien, leyendo en profundidad y buscando el significado en forma organizada y sistemática. Este último enfoque compuesto, denominado profundo-logro, es bastante potente y característico de muchos estudiantes con éxito en el rendimiento académico.

Es posible que los resultados óptimos se alcancen cuando las estrategias que se utilizan son coherentes y afines con los estados motivacionales dominantes del estudiante. Una estrategia profunda funciona o trabaja más eficazmente cuando el estudiante está motivado intrínsecamente (motivación profunda) o una estrategia de logro cuando está motivado hacia el logro (obtención de resultados).

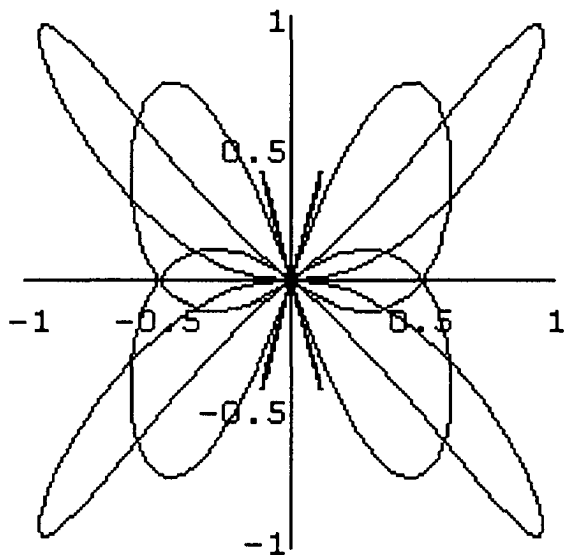
Los estudiantes adoptan las estrategias que son coherentes y afines con sus motivos: si adoptan enfoques profundos tienen afán por descubrir, relacionar contenidos y contextualizarlos (motivo profundo), intentan buscar, comprender todo lo que puedan (estrategia profunda); si quieren alcanzar las mejores calificaciones (motivo de logro), organizarán sus estrategias con coherencia con los motivos (estudio de acuerdo al tiempo disponible, la dificultad de la tarea). El proceso por el cual el estudiante adopta conscientemente las estrategias acordes a su estilo de acuerdo a los fines perseguidos, "mirándose" para obtener mejores resultados se denomina "meta-aprendizaje".

Los elementos situacionales y contextuales poseen un fuerte valor y poder de tal forma que el enfoque puede estar fuertemente influido por los factores situacionales inmediatos (evaluación del profesor, normas y directivas que se marcan en clase, estilos de instrucción de los profesores, mayor o menor rigidez en los trabajos cooperativos o excesivas clases magistrales, excesiva dependencia del profesor por parte del alumno, etc.).

A través de los estilos de aprendizaje podemos hablar acerca de la forma como los individuos aprenden y cómo sus preferencias por determinados tipos de procesos de pensamiento afectan sus conductas de aprendizaje. Es evidente que, sabiendo lo que sabemos sobre estilos de aprendizaje, tipos de inteligencia y estilos de enseñanza es absurdo que sigamos insistiendo en que todos nuestros alumnos aprendan de la misma manera.

METODOLOGÍA
DE INVESTIGACION

4



Introducción

Entre las metodologías didácticas basadas en la utilización de nuevas tecnologías se encuentra el uso de graficadoras, calculadoras y softwares profesionales. Éstas tienen un marcado impacto en la enseñanza de la matemática. Es usual el llamamiento a los docentes para que "modernicen" la enseñanza, pero no existe información precisa de los resultados que el uso de esta tecnología tiene en el proceso de aprendizaje de los alumnos, así como tampoco, acerca de la calidad de la asimilación a partir del uso de las mismas. Por ello es necesario estudiar desde el punto de vista psicológico y didáctico cómo se los debe usar, hasta qué punto contribuyen a un aprendizaje significativo y cualitativamente superior, qué contenidos se deben renovar, qué habilidades y recursos se requieren, cómo se deben combinar el lápiz y el papel con estos recursos tecnológicos.

Un aspecto de la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje mediados por recursos informáticos es el estudio de las estrategias de aprendizaje que utilizan los alumnos a la hora de aprender matemática con un programa de computación. En esta investigación se intenta captar el proceso en su totalidad, las interacciones y significados de los procesos de los alumnos y de los alumnos con el medio ambiente sin dejar de lado variables imprevistas que en algún momento del desarrollo de la investigación resulten incómodas o parezcan revestir escaso valor. No se pretende encontrar resultados matemáticamente interpretables ni identificar atributos medibles sino recuperar aspectos y dimensiones científicas, "... descubrir "verdades científicas" de las que se puedan derivar principios para la interpretación, comprensión e intervención científicamente fundadas sobre los fenómenos estudiados..." (Cook y Reichardt, 1997: 11). Considero, con María Teresa Sirvent (1996) que hay distintas formas de hacer ciencia, unas llevan a la explicación comprensiva de los sucesos, otras, a la comprensión explicativa de los fenómenos que son objeto de estudio. El objeto y los objetivos que se pretenden alcanzar son factores determinantes para decidirse por una u otra alternativa o para enfatizar un enfoque sobre otro y dado que pretendemos buscar una explicación comprensiva de las estrategias, lo más apropiado es utilizar la metodología cualitativa.

Según Gloria Edelstein (1996) definir lo metodológico implica el acercamiento a un objeto que se rige por una lógica particular en su construcción. A ello hay que responder en primera instancia. Penetrar en esa lógica para luego, en un segundo

momento, atender al problema de cómo abordar el objeto en su lógica particular a partir de las peculiaridades del sujeto que aprende. Esto es plantearse las vías que permitan deconstruir ciertas estructuras producidas para ser apropiadas, construidas o reconstruidas por el sujeto de aprendizaje (Díaz Barriga, 1985).

Con esta metodología, cada caso se trata como empíricamente distinto y no se presupone qué casos diferentes puedan formarse con el fin de formar una totalidad homogénea, pues, como explicita Kemmis (1986: 57): "... el comportamiento públicamente observable es una base suficiente para una teoría comprensiva del aprendizaje ...". Se acepta y no se oculta la disyunción entre el concepto y la realidad (o los datos) por lo que se exploran dichas discrepancias como fuente principal de nuevos conceptos y nuevas plataformas de interpretación. En estos estudios la conclusión nunca es definitiva, se trata de describir y dar cuenta de lo que ocurre e interpretar el efecto específico de cada situación. La distinción entre los datos significativos e irrelevantes, entre instancias normales y desviadas, entre los atributos superficiales y profundos, no tiene una conexión directa con el volumen o la cualidad de los datos disponibles, sino con la interpretación de los mismos a la luz de la teoría.

La idea que guía este estudio es que la implementación de la estrategia de aprendizaje es una respuesta activa a la situación de enseñanza y aprendizaje que se define estructuralmente en el aula y que tiene consecuencias en el aprendizaje de la disciplina matemática y en el del programa que se utilice.

En esta perspectiva metodológica, las decisiones iniciales no están basadas sobre una estructura teórica preconcebida, por lo que es necesario que el proceso de la recolección de datos genere una teoría por lo cual el analista selecciona, codifica y analiza su información y decide qué información escoger luego, y dónde encontrarla para desarrollar su teoría tal como surge. Este proceso está controlado por la teoría emergente y se lo llama muestreo teórico.

El investigador debió buscar contemplar la totalidad de las situaciones en que se encontró el alumno, tratando de formular interpretaciones de manera de construir el concepto que se le solicitó. Se aproximó al problema con conocimientos y teorías que le ayudaron a delimitar su temática. Estos elementos le permitieron generar hipótesis de trabajo que fueron una interrelación entre conceptos amplios a redefinir en el propio trabajo cualitativo. La información así recabada pudo responder al interrogante inicial, enriqueciendo y ampliando el marco conceptual. En este sentido el rol del investigador fue insustituible, él es el que debió, al realizar el análisis, cons-

truir las categorías conceptuales que caracterizaron al objeto (Yuni y Urbano, 1999). Se realizó triangulación (Bertaux y Jick, 1994) de fuentes entre las informaciones aportadas por los registros de los alumnos y sus respuestas y opiniones. "El sociólogo puede iniciar la investigación de un sistema parcial de conceptos "locales" designando unas pocas características principales de la estructura y procesos en las situaciones que estudiará"¹ (Glaser y Strauss, 1967). Es así que en este estudio la importancia relativa de los conceptos y dimensiones analizadas fueron emergentes del análisis realizado.

4.1- OBJETIVOS

Objetivo general:

Determinar las relaciones entre las estrategias que utilizan los estudiantes universitarios para aprender matemática con softwares de la disciplina y los resultados y obstáculos en su aprendizaje..

Objetivos específicos:

- 1 - Caracterizar las estrategias que utilizan los estudiantes para el aprendizaje de la matemática en relación al software matemático utilizado.
- 2 - Identificar variaciones en el uso de las estrategias de aprendizaje por los estudiantes según se deban a los contenidos disciplinares (matemáticos) o al tipo de requerimiento de la tarea.
- 3 - Determinar "supuestos y errores", los obstáculos didácticos, de los alumnos en el aprendizaje de los temas tratados.

4.2 - METODOLOGÍA

En este caso la investigación se centró en los procesos y estrategias que los alumnos utilizan para aprender matemática con un software específico. La metodología cualitativa utilizada permitió dar cuenta de los procesos de pensamiento, de la singularidad de las situaciones concretas del alumno frente a la computadora, de las características de este aprendizaje particular y sus implicancias, así como de los

¹ Material n° 3: Glaser y Strauss: El muestreo teórico".

productos que puedan considerarse de la sucesión de acontecimientos respecto del planteamiento de las situaciones que debió resolver.

La lógica utilizada el investigador interpretativo fue desde lo particular y concreto a lo universal Erickson (1986). Se estudiaron en detalle determinados casos concretos con el objetivo de desarrollar un modelo lo más completo posible de la situación y los contextos en que está inmerso. A partir del análisis de casos se buscaron y verificaron generalizaciones. En estos sentidos se acordó en que la construcción metodológica no es absoluta sino relativa, hecho que permitió analizar procesos de aprendizaje en el aula, ya que en una situación de laboratorio se verían distorsionados por lo que se aceptó que es más natural trabajarlos en el campo, esto es en el lugar donde se desarrolla el proceso de enseñanza y de aprendizaje. El estudio fue pre-experimental dado que no hubo contrastaciones de muestras sino que la experiencia que se planteó la realizaron todos los estudiantes.

En base a información observacional y de expresión escrita, poco estructurada, el investigador debió "adentrarse en la exploración de la caja negra" (M.A. Gallart,) buscando la construcción conceptual para interpretar el problema. La información que se relevó intentó captar las características de las estrategias de aprendizaje que utilizó (o implementó) el alumno y el significado (lugar, importancia, construcción) que éste le dio en su propio aprendizaje. Si tanto las estrategias en sí mismas como las múltiples dimensiones que las modifican no se estudiaran en detalle, difícilmente se pueda dar sentido a su utilización o incluso describirlas, detectar variaciones y menos aún actuar sobre ellas.

Las categorías de análisis utilizadas fueron conceptos acerca del problema en sí, constitutivos del centro explicativo del problema. Estos criterios fueron modelados continuamente para adecuar los datos y se aplicaron en el análisis. Los registros orientaron las caracterizaciones teóricas y la construcción del objeto en un continuo devenir de la teoría a la práctica.

Este estudio sobre los procesos de aprendizaje registró los sucesos en su evolución, en un estado de progreso constante, observando las situaciones e indagando sobre los juicios, interpretaciones y perspectivas de los participantes, tanto desde la construcción de los conocimientos matemáticos como desde las estrategias que ellos desarrollan. Los datos e informaciones que aparecieron se contrastaron desde la perspectiva de los diferentes sujetos implicados y las interpretaciones reflejaron

las construcciones de los alumnos estableciendo un proceso de triangulación entre sus diferentes trabajos.

En esta experiencia, el trabajo del alumno se tradujo en producir respuestas a problemas planteados, a emitir juicios acerca de procedimientos, a describirlos haciendo conscientes sus valoraciones, sus métodos, sus hipótesis, sus posibles errores. En este contexto teórico "los problemas" fueron considerados como la mejor alternativa para ayudarlos a superar sus errores, sus concepciones acerca de los objetos tratados. El papel del profesor consistió principalmente en organizar la situación didáctica de modo que el conocimiento sea planteado como un objeto de enseñanza de forma tal que pueda ser adquirido, bajo su dirección, en el proceso de aprendizaje. Esto permitió que los estudiantes aceptaran la responsabilidad de resolver la guía propuesta, en un modo de funcionamiento a-didáctico, manteniéndolo por medio de un proceso de confrontación y argumentación y uniendo las adquisiciones desarrolladas durante el proceso de solución con el conocimiento institucional requerido.

4.2.1- POBLACIÓN Y MUESTRA

Los procedimientos de selección y muestreo se relacionan con el modo en que el investigador define los datos y los conceptualiza en unidades. Dado que se adoptó el muestreo intencional (Glaser y Strauss, 1967), se siguieron criterios teóricos intencionales para comparar grupos similares que se diferencien en algunas características relevantes respecto del objeto para descubrir categorías de análisis y propiedades y determinar los límites de los fenómenos. Los participantes potenciales del estudio, es decir la población, lo constituyeron alumnos universitarios que estudian matemática con algún software específico de la disciplina en la Universidad Nacional de Catamarca. El criterio básico para la selección de los grupos de comparación es su relevancia teórica para promover el desarrollo de categorías emergentes, dado que las comparaciones de grupos son conceptuales. Como se quieren estudiar las estrategias de aprendizaje, los errores y supuestos en el aprendizaje del tema con un software específico, la muestra se seleccionó intencionalmente. Las unidades de observación son alumnos que estudian matemática de la cátedra de geometría analítica (Primer y segundo año) de las carreras Profesorado en Matemática y Licenciatura en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca.

Descripción de la muestra

La muestra inicial estuvo compuesta por 33 estudiantes de primer y segundo año de la carrera Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca. El 24% tiene menos de 20 años, el 61% entre 20 y 25 y el 15 % restante más de 25. Finalizaron la experiencia el 48% de ellos, de los cuales, el 19% son menores de 20 años, el 50% tienen entre 20 y 25 años y el 31% tiene más de 25.

El 81% de los alumnos de la muestra aprobó a lo sumo 8 asignaturas de la carrera. El 12% tiene 1 ó ninguna asignatura aprobada.

4.3- DISEÑO DEL TRABAJO DE CAMPO

La estrategia de recogida de datos observó varios aspectos:

Se intentó visualizar los estilos de aprendizaje de los alumnos participantes, y, en consecuencia, sus motivos y estrategias de aprendizaje. Para ello, realizaron el cuestionario CEPEA que se describe más adelante y que responde a los aspectos y definiciones teóricas tratadas en el capítulo 1.

Se planteó un curso en la sala de cómputos de la FACEN donde se trató el tema "Funciones trigonométricas", con sus gráficas. Para que desarrollaran este trabajo, se les proveyó de material teórico extraído de textos de uso común, de una guía de problemas matemáticos específicos del tema y de las instrucciones de uso del programa DERIVE.

Las respuestas a los problemas planteados así como las opiniones, supuestos de trabajo, procedimientos, generalizaciones, errores, dificultades, debieron escribirse en una planilla provista a cada uno de ellos, que permitió registrar las estrategias, los procesos de pensamiento, las ideas previas, mostrar los errores, los obstáculos en el aprendizaje del tema, la utilización y construcción de conceptos durante el estudio del tema con software.

Con estos instrumentos se pretendió triangular la información generada para la investigación, describir los aprendizajes y establecer paralelos, cuestiones comunes, contradicciones, entre las características del aprendizaje en lo disciplinar con el uso del programa y las estrategias y estilos determinados por el cuestionario CEPEA.

El investigador construyó la guía de problemas matemáticos y las instrucciones de uso del software. Los instrumentos citados se encuentran en el ANEXO 1.

4.3.1- DESCRIPCIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS PARA EL DESARROLLO DEL CURSO APLICADO A LA MUESTRA

Los instrumentos se construyeron en el siguiente orden: en primer lugar se elaboró una guía de resolución de problemas sobre los contenidos matemáticos a tratar; luego se diseñaron las instrucciones para el uso del software, en base a las necesidades de la resolución de la guía matemática y teniendo en cuenta las fases principales en la adquisición de una técnica; en tercer lugar se elaboró la planilla donde los alumnos debían volcar las respuestas a las cuestiones planteadas y responder preguntas que permiten completar el registro de sus procesos de pensamiento.

Texto teórico (en adelante TT)

El texto teórico es la versión española de "Geometría Analítica" de Gordon Fuller y Dalton Tarwater de Texas Tech University, Estados Unidos. La editora, Addison Wesley Iberoamericana, lo publicó por primera vez en 1986, en esta experiencia se utilizó la sexta edición.

El libro destaca los elementos esenciales de la geometría analítica y pone énfasis en los conceptos necesarios para el cálculo. En el capítulo 6 (páginas 169 a 190) se tratan las funciones trascendentes, entre ellas las trigonométricas.

Software matemático DERIVE

Se eligió un programa en particular de los que existen en el mercado. Los criterios de elección fueron que ocupara poca memoria y fuera sencillo de utilizar. Necesita un Megabyte de memoria extendida para ser operado y existen versiones para DOS y para Window, que es la que se utilizó. El software estuvo disponible en la sala de cómputos de la FACEN - UNCA, durante todo el tiempo de la experiencia.

La versión corre bajo Window 95 y trabaja mediante comandos u órdenes que se ejecutan al elegir la opción correspondiente de la barra de menú. Algunos de los comandos, los más usuales, tienen asignado un icono en la barra de herramientas y es suficiente cliclearlo con el ratón para que se ejecute.

El programa opera con números reales y complejos, con expresiones simbólicas, resuelve ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones gráfica y analíticamente, permite estudiar gráficamente problemas de geometría analítica plana y del espacio, grafica funciones elementales, permite estudiar límites y continuidad de funciones, a calcular e interpretar derivadas e integrales, opera con matrices y determinantes y resuelve algunas cuestiones más de matemática básica.

Instrucciones del uso del software (en adelante IS)

Para la utilización y diseño de las instrucciones de uso del programa, se previó que los alumnos pudieran graficar las funciones propuestas, leer e interpretar información, cambiar los valores de los parámetros y mediante el proceso de trabajo propuesto desarrollar estrategias que les permitan extraer conclusiones.

Para elaborar las instrucciones de la utilización del programa se han tenido en cuenta las tres fases principales en la adquisición de una técnica² o una destreza como son:

- La presencia de instrucciones escritas con imágenes del programa en pantalla.
- El ejercicio de esas instrucciones durante toda la práctica.
- El perfeccionamiento y transferencia de ellas a nuevas tareas.

El texto se inicia con la presencia de instrucciones y un modelo de acción. Las instrucciones sirven no sólo para fijar el objetivo de la actividad sino para especificar con detalle la secuencia de pasos o acciones que deben realizarse para el manejo del software. En estas instrucciones se combinan diversos soportes: indicaciones escritas, imágenes que ayudan a hacer más fácil la instrucción, dado que es posible que haya algunos alumnos que no hayan usado computadoras. Se descompone la técnica en las unidades mínimas componentes, atrayendo la atención sobre los elementos relevantes en cada paso y sobre el propio orden secuencial en sí: el ejercicio de esas instrucciones durante toda la práctica.

El Cuestionario CEPEA

Ficha Técnica

El CEPEA es un Cuestionario de Evaluación de Procesos de Estudio y Aprendizaje. Es un autoinforme, que utiliza escalas de tipo Likert con puntuación de

² Pozo, J.I. (1996). Aprendices y maestros. Madrid: Alianza.

1 a 5 y con 42 ítems de respuesta.

Considera 6 Subescalas de Motivos y Estrategias de Aprendizaje, 3 Escalas de Enfoques de Aprendizaje y 2 Compuestos de Enfoques.

El objetivo general es la evaluación de los procesos de estudio y aprendizaje, de los enfoques de aprendizaje de estudiantes universitarios cuando estudian, de los motivos y estrategias más relevantes característicos de los enfoques.

Procede del Australian Council for Educational Research (Biggs, 1987) y fue adaptado por Alfonso Barca Lozano de la Universidad de La Coruña (1999). Se aplica individual y/o colectivamente para estudiantes de universidad. El tiempo de aplicación y corrección es variable, entre 15 y 20 minutos. Evalúa las Motivaciones, Estrategias de Aprendizaje y Enfoques de Aprendizaje (combinación de Motivos y Estrategias) y de los Compuestos de Enfoques (combinación de Enfoques) de los alumnos aportando un conocimiento preciso de las formas de abordar el proceso de estudio y aprendizaje. Tiene valor de diagnóstico inicial y final.

El cuestionario mencionado fue reajustado en relación a vocabulario y expresiones idiomáticas que pudieran ser diferentes en esta región respecto del cuestionario original durante la pasantía que se realizó para esta tesis. Para ello, se agregó un recuadro en el cuestionario para que los estudiantes que lo realizaran escribieran sus dudas, problemas de comprensión, etc. También se realizaron algunas observaciones respecto de su utilización. El informe de la pasantía fue el siguiente:

“Con esta información se puede suponer que el cuestionario es perfectamente comprendido en su significado, no se cree que sea relevante cambiar la redacción del mismo.

Se sugiere que se controle, de ser posible, si las personas que realizan la encuesta la completan. Si no es posible, se sugiere se insista sobre ello en las indicaciones. Si quedara alguno incompleto, se podría reemplazar la respuesta faltante por el promedio de la columna que corresponde ó considerarlo incompleto y realizar la división por 6 en lugar de 7 para calcular el promedio directo (PD)”³. Se adjunta en el Anexo I el Cuestionario mencionado.

³ En Curotto, Margarita: “Informe sobre validación del CEPEA, enseñanza universitaria”. Año 2000

Guía de problemas matemáticos (en adelante GM)

La situación didáctica que se planteó supone un conjunto de relaciones explícita e implícitamente establecidas entre el alumno y el entorno. Para que el alumno "construya" el conocimiento se contemplaron los intereses personales que pudiera tener. Así, debía resolver situaciones problemáticas con el fin de que aprenda manifestándose por respuestas nuevas que deberían hacerlo actuar, hablar, reflexionar, evolucionar por su propio movimiento. "El alumno sabe que el problema fue elegido para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, pero también sabe que ese conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin tener presente razones didácticas." (Brousseau, G.; 1993). De esta manera se sucedieron situaciones a-didácticas, preparadas por el docente con fines didácticos y que determinaron el sentido que quiso darse al conocimiento en ese momento. La situación a-didáctica es la que caracteriza el saber, es una "especie de ideal al que se trata de converger" (Brousseau, 1993:12). Las reglas de juego y la estrategia de la situación didáctica fueron el medio con que se contó para poner en escena el contrato didáctico.

Las instrucciones, cuestiones y problemas matemáticos, se diseñaron con la intención de poner en juego situaciones que resulten de integrar y componer los conocimientos anteriores que posee el alumno, los conceptos y definiciones del tema propuesto y el uso del software.

Se trabajó con la función $y = \sin x$.

En los dos primeros problemas se obtiene la gráfica de la función $y = \sin x$ con computadora y se indaga acerca de conceptos básicos sobre números reales, ubicación en la recta numérica, equivalencia de medidas angulares y de arcos, funciones periódicas, dominio, codominio, máximos, mínimos y amplitud; se deben interpretar los gráficos en el sentido de signos de la función y coordenadas de puntos. Se intenta afianzar los conceptos de dominio y codominio y los valores de cada uno, contraponer medidas angulares y compararlas, relacionar los valores en términos de π (exactos) y aproximados, comprender que los ángulos se miden también en números reales a través de sus arcos, establecer la utilidad de los números reales hacia la comprensión del continuo y el infinito.

En los problemas 3 a 6, la intención es que el alumno generalice los procedimientos de construcción a partir de gráficas con números concretos como multiplicar la función por un número (problema3), le sume un número a la variable independien-

te (problema 4), aplique las generalizaciones obtenidas en un problema concreto (5), multiplique la variable independiente por una constante (problema 6). Se les pide que piensen y escriban un procedimiento de graficación en cada caso, es decir, que el estudiante idee procedimientos para graficar la función $y = a \sin x$ a partir de $y = \sin x$, sintetice en $2\pi/b$ la obtención del período de la función $\sin bx$, analice los desfases de la función cuando a la variable x se la multiplica por un número y se le suma otro: $\sin (bx+c)$ y que describa los procedimientos de graficación. Esto le exige la realización de abstracciones y generalizaciones que no se han mostrado hasta el momento pues se habla de desplazamientos y modificaciones en la construcción debidas a las operaciones a las que se somete a la variable independiente.

Planilla de respuestas (en adelante PR)

La concepción del aprendizaje apoyada en el desarrollo de los conocimientos en términos de obstáculos difiere de la concepción clásica en lo concerniente al rol y organización de los problemas. Los problemas juegan en el proceso un rol fundamental: como se dijo arriba, se consideró al plantearlos que el alumno emprenderá una sucesión de intercambios relativos a sus conocimientos anteriores y a lo que constituye un obstáculo para él: la temática en cuestión. Las condiciones en que se desarrolla esta situación-problema fueron escogidas por el investigador. El proceso se probó con un alumno que se prestó para participar en la situación. Las interacciones planteadas permitieron explicitar teorías matemáticas, emitir juicios acerca de procedimientos, generalizaciones, describirlos haciendo conscientes sus valoraciones, sus métodos, sus posibles errores.

A los fines de recoger la información sobre los procesos de pensamiento y las estrategias de los estudiantes se elaboró este instrumento. Se construyó solicitando a un alumno que resuelva las actividades propuestas en la guía matemática y teniendo como soporte las instrucciones del uso del software y el texto teórico donde se desarrolla el tema. Se indicó al estudiante que escriba las dificultades de comprensión, preguntas sobre la resolución de los mismos e ideas, errores y dificultades que surgieran en relación a ellos. La investigadora se situó cerca del alumno de manera de interactuar con él durante la práctica y mientras tanto realizaba anotaciones sobre el desarrollo del trabajo. En base a este trabajo se elaboró el instrumento que considera aspectos metacognitivos, maneras de procesar la información, formas posibles de comprensión del tema y de las indicaciones.

La planilla, instrumento diseñado, está estructurada en dos partes paralelas: en la primera mitad de la hoja, apaisada, el estudiante debía volcar las respuestas de los problemas matemáticos; en la segunda mitad de la hoja, debía contestar preguntas que se realizaron sobre las siguientes categorías:

- interpretaciones,
- procedimientos de construcción,
- errores,
- ideas previas de los problemas propuestos en la guía matemática,
- cuestiones sobre los significados de los conceptos y procedimientos tratados,
- cuestiones acerca del uso del software,
- sobre la descripción de procesos internos,
- sobre las estrategias que desarrollen para resolver,
- sobre las hipótesis,
- acerca de las dudas que tienen respecto del trabajo que tuvieron que desarrollar,
- acerca de las consultas al texto teórico,
- sobre el uso de la calculadora y
- sobre las ideas que tienen acerca del "grado de dificultad".

Estas cuestiones implican poner en juego elementos metacognitivos reflexionando sobre sus acciones y razonamientos, describiendo procedimientos de resolución, aplicando y explicando las abstracciones y generalizaciones logradas hasta el momento.

4.4- DESARROLLO DEL TRABAJO DE CAMPO

El curso se desarrolló en la Sala de Cómputos de la facultad mencionada durante veinte días a razón de dos horas y dos días por semana. Se explicó a los alumnos que el curso era parte de una investigación sobre estrategias que ellos desarrollan al estudiar matemática con un software. Se dividió a los alumnos en dos comisiones de tal manera que cada uno pudiera desarrollar su trabajo en una computadora pues la sala cuenta con dieciocho máquinas.

El trabajo se realizó de manera que los estudiantes respondieran en primer lugar al cuestionario de motivos y estrategias CEPEA. Aproximadamente se ocupa-

ron cuarenta minutos de la primera clase en esta actividad desde su explicación, distribución, elaboración de las respuestas por los alumnos y recolección de la misma. Luego se distribuyeron los materiales: instrumentos descriptos (GM, IS, PR y TT) para el desarrollo del curso. El docente a cargo, quien era el mismo investigador, debió tratar de no intervenir a los fines de que el registro de las respuestas y elaboraciones de cada uno de los estudiantes fuera lo más genuina posible, no tuviera influencias externas. Sólo intervino en casos donde hubo dificultades de comprensión de los conceptos teóricos o de manejo del programa en los momentos en que los alumnos no podían continuar. Se explicaron los conceptos de amplitud, período y corrimiento o desfasaje en algunos casos. Los estudiantes recurrieron al docente en aspectos del uso del programa como en el caso de abrir nuevas ventanas, borrar gráficas, cambiar la escala de los ejes coordenados. Los inconvenientes fueron de grabación del software en los equipos, solucionado por técnicos de la sala. Se extendió certificado de aprobación a aquellos estudiantes que terminaron el curso y respondieron correctamente lo solicitado.

4.5- PROCESO DE ANALISIS DE DATOS

Se compararon evidencias similares y diversas indicando las categorías conceptuales y propiedades. Este análisis comparativo permitió intercambiar indicadores y desarrollar un extenso rango de los mismos al tiempo que controla la recolección de datos sin obstaculizarla, exigiendo una continua reflexión, análisis y búsqueda. El uso de un amplio rango de sujetos permitió desarrollar propiedades de las categorías, que se adquirieron al construir y comparar grupos, a fin de descubrir además, categorías de inclusión, diferencias y similitudes importantes entre ellos impidiendo suponer que los grupos tienen propiedades de "grupo natural". La comparación de grupos proveyó de control sobre el nivel conceptual y sobre el alcance de las propiedades y categorías poblacionales. Posibilitó también maximizar o minimizar diferencias y similitudes de los datos en lo que respecta a las categorías que fueron estudiadas. El control sobre similitudes y diferencias fue vital para el descubrimiento de categorías y para desarrollar y relacionar sus propiedades teóricas. "Maximizando o minimizando diferencias entre grupos comparativos, el sociólogo puede controlar la relevancia teórica de sus datos" (Glaser y Strauss,

relevancia teórica de sus datos" (Glaser y Strauss, 1967)⁴. Así, aparecieron similitudes y diferencias referidas a propiedades de categorías verificando su existencia a través de los datos y aumentando la probabilidad de que el investigador haya recolectado datos diferentes y variados.

A cada alumno se le asignó un número identificador a los fines de facilitar el procesamiento y análisis de los datos.

Se analizaron los cuestionarios CEPEA y se clasificó a los estudiantes según los criterios correspondientes. Se revisan las PR a los fines de comprobar si constaban las respuestas a los ítem requeridos, tanto las respuestas matemáticas como las preguntas que se les hicieron sobre las dificultades de resolución, posibles inconvenientes, etc. La información se volcó en una tabla de doble entrada, donde las filas indican el estilo de aprendizaje y las columnas si había completado el curso. Esta información se utilizó para justificar la suficiencia de la muestra.

⁴ Material nº 3: Glaser y Strauss.

4.5.1- JUSTIFICACIÓN DE LA SUFICIENCIA DE LA MUESTRA

Los alumnos se caracterizaron según el perfil encontrado, por lo que la muestra que se estudió, en relación a las estrategias de aprendizaje con computadora de la matemática, debería contener la diversidad de perfiles a los que se hace alusión. Los individuos que la conformaron son los que terminaron el curso y han podido entregar el trabajo que se les solicitó. En el cuadro que sigue se observa que todos los perfiles que se desearon estudiar estuvieron, tanto entre los alumnos que terminaron el curso, como entre aquellos que no lo hicieron.

PERFILES (CEPEA)	ALUMNOS QUE TERMINARON EL CURSO	ALUMNOS QUE NO TERMINARON EL CURSO
SUPERFICIAL	3 – 30	10 – 27
PROFUNDO	5 – 16 – 25	19 – 26
LOGRO	7 – 8 – 17	13 – 18 – 20
PROFUNDO-LOGRO	4 – 9 – 12 – 24 - 28 – 29	1 – 2 – 11
SUPERFICIAL-LOGRO	15	14 – 21 – 22 – 23 – 31 – 32
BAJO LOGRO	33	6

Una proporción mayor de alumnos con el perfil profundo logro han terminado el curso, mientras que entre los alumnos que abandonaron el perfil que se destacó es el superficial logro. Se agrega como información que diez sobre diecisiete alumnos que no terminaron el curso no han rendido asignaturas durante el año 2002, mientras que siete de los dieciséis que lo terminaron lo hicieron.

Bajo el criterio establecido en el primer párrafo, la muestra que se estudió fue suficiente ya que aportó a la caracterización básica de todos los perfiles, a la indagación de conjeturas firmes sobre las estrategias que los alumnos utilicen y a la elaboración de nuevos criterios de análisis y procedimientos de medición.

4.5.2- Análisis de datos

Primer análisis

Para realizar el primer análisis de los datos recogidos en la PR, se construyó una tabla de doble entrada. En la tabla se colocó en la primera columna el número del alumno que se analizó y su nombre y en el encabezado, cada uno de los problemas y ejercicios con la descripción de lo que se pretendía lograr en cada uno de ellos, no sólo en el plano matemático sino en las respuestas requeridas a preguntas sobre dificultades y motivaciones, sobre la utilización del software, la manera de resolver, sus hipótesis y conjeturas. Este primer análisis y la tabla correspondiente se encuentra en el Anexo II.

En este primer análisis se destacan los rasgos principales de resolución y respuesta según los siguientes criterios:

- Intención de resolución que se ha interpretado como que figuren contestadas las preguntas realizadas sobre los ejercicios y los ejercicios y problemas propiamente según lo pedido en ellas.
- Calidad de la respuesta: respuesta completa a lo que se solicita.
- Criterios de justificación y procesos de razonamiento que utiliza.
- Posibilidades de cada alumno de reflexionar sobre lo que resuelve.
- Características del tratamiento de los contenidos matemáticos poniendo la mirada sobre los saberes previos, el relato de procedimientos y justificaciones de generalizaciones y síntesis.
- Los errores, sus características, posibles explicaciones a los mismos.

Sobre el análisis realizado en estas tablas, se comparó la información con la clasificación realizada a partir del CEPEA de los motivos y aprendizajes de los alumnos. Como complemento del análisis se extrae de archivos del Departamento Alumnos de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales la cantidad de materias aprobadas por los alumnos hasta la fecha.

Al realizar estos primeros análisis surgieron otras cuestiones interesantes, como algunos conceptos o ideas sobre, por ejemplo, lo que es una hipótesis, categorías emergentes que no estaban previstas y que enriquecieron el análisis. Este primer análisis permitió indagar momentos de reflexión de los estudiantes durante el trabajo con computadora, después de éste y durante el estudio de los temas que se les requirió. La caracterización de las estrategias, las visualizaciones sobre los distintos

caminos de construcción del conocimiento, los errores y obstáculos en el aprendizaje se pudieron relacionar con las formas de enseñanza en las escuelas en los análisis siguientes.

Segundo análisis:

Se compararon casos similares entre sí, estrategias que implementaron distintos estudiantes y estrategias diferentes que desarrolló un mismo estudiante. Fue necesario determinar, por lo tanto, qué estudiantes (Glaser y Strauss, 1967) en la muestra, serían seleccionados para la conformación de los grupos, a los fines de comparar y construir tipologías de aprendizaje dado que las posibilidades son múltiples. Se clarificó de esta manera el propósito teórico y de relevancia. Consecuentemente se reanalizó la muestra y el primer análisis de acuerdo a lo aportado por la relectura de la teoría y nuevas fuentes teóricas, otros resultados de investigaciones recientes. Esta vuelta a la teoría permitió realizar una triangulación entre los datos, el análisis y la teoría, detectar tipologías útiles e interpretar la diversidad y semejanza de las estrategias observadas en ese tiempo y lugar, caracterizar la problemática del aprendizaje con software. De aquí se desprendió la formulación y conceptualización de las estrategias en un continuo ir y venir de la información empírica a la construcción teórica.

Se analizó:

- 1- por alumno por sus maneras de aprender a los fines de caracterizar sus estilos y las estrategias que utilizan, y cruzar con la clasificación de cada uno por el CEPEA.
- 2- por pregunta, para analizar las respuestas a cada una, debido al aporte a la didáctica de la matemática.

A este fin se agregó a la tabla ya citada una última columna para describir el perfil de cada uno de los alumnos, de acuerdo a las estrategias que utilizaron a los fines de caracterizarlas y establecer tipologías similares entre ellos. Se compararon las respuestas de cada individuo para establecer rasgos personales y cotejar lo informado anteriormente. El investigador trató de centrarse en cuestiones que, si bien son de la matemática, también podrían ser de otras ciencias y hacen a las estrategias en general que puedan utilizar los alumnos y a sus procesos de aprendizaje como la presencia de conocimientos previos, conceptos, notaciones y lenguajes de

otras asignaturas que puedan dar cuenta de su habilidad para el uso de herramientas, generalizaciones, abstracciones, manejo de los materiales.

En relación a los estilos de aprendizaje y a las estrategias utilizadas se estableció:

- Existencia de aprendizaje memorístico repitiendo técnicas.
- Posibilidades de inferir generalizaciones individualmente.
- Características de las herramientas utilizadas en relación a la resolución de problemas.
- Utilización del material que se le proporciona.
- Características del relato que el alumno realiza de sus propias resoluciones, justificaciones, procedimientos.
- Existencia y calidad de las preguntas y reflexiones que hace sobre su propio aprendizaje.

Esta información, que consta en la última columna de la tabla, y el análisis realizado permitieron clasificar a los alumnos según las estrategias que utilizan. A esa clasificación se la comparó con la aportada por el CEPEA mostrando la validez de dicho instrumento en esta zona geográfica. Se describieron las estrategias que utilizan los alumnos en relación a la clasificación de las mismas intentando un criterio amplio de selección, ya que existen múltiples variaciones de las mismas, fuertemente ligadas a los motivos y estilos de cada estudiante. El análisis con sus resultados y conclusiones descriptos se encuentra en el capítulo 5.

Tercer análisis

Durante el estudio descripto arriba, el investigador detectó errores en la construcción de los conceptos ligados a las graficaciones de las funciones trigonométricas, como también a la construcción de otros conceptos utilizados como referencia, como marco teórico. También visualizó aspectos relevantes de la enseñanza institucionalizada en las escuelas y se aportaron aspectos del aprendizaje de los alumnos, cómo aprenden en relación a cómo se enseña y otros relevantes a la didáctica de la matemática.

En este sentido, el análisis se realizó teniendo en cuenta:

- Cómo aprenden los alumnos: la construcción del conocimiento alrededor de conceptos, definiciones del tema que se enseña.

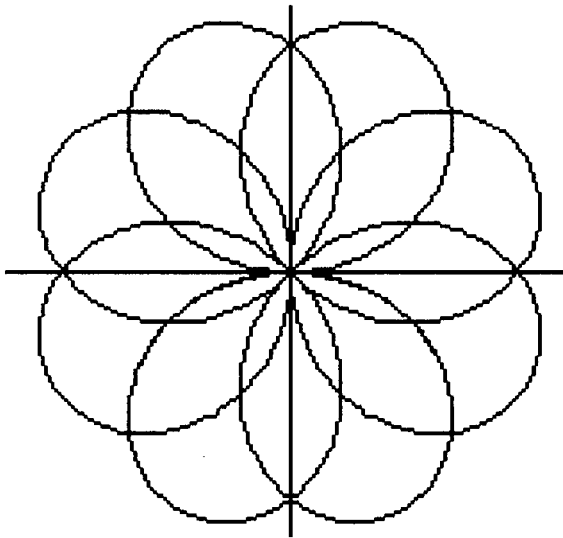
- Significados de conceptos claves de la matemática como justificación, generalización, hipótesis.
- Utilización de herramientas disciplinares para la construcción del concepto.
- Posibles formas de enseñar que podrían haber producido errores conceptuales, de interpretación o de comprensión en los alumnos.
- Favorecer y desarrollar la mirada sobre la enseñanza con software, en todo caso: beneficios y dificultades.
- Determinación de posibles obstáculos del aprendizaje a través de los errores que cometen los alumnos al resolver.

Este nuevo análisis implicó una revisión exhaustiva del primer y segundo análisis y una vuelta a la teoría y a los datos.

Se establecieron características de aprendizaje matemático según las dimensiones establecidas, agrupando a los alumnos de acuerdo a ellas (capítulo 6). Surgieron así errores conceptuales relativos a las maneras de aprender, errores conceptuales ligados a los conocimientos anteriores, otros relacionados con la enseñanza, con el conocimiento institucionalizado, errores relacionados a concepciones personales. Se describieron caminos de generalización propuestos por los estudiantes, sus análisis de procedimientos y dificultades relacionados con los estilos de pensamiento personales y las características del aprendizaje con software. Finalmente se integraron los análisis realizados, describiendo el aprendizaje de la matemática con software, las estrategias de aprendizaje de la disciplina según el perfil de los estudiantes y también consideraciones acerca de la enseñanza, del aprendizaje relacionado con los errores y obstáculos que se producen en las aulas.

LAS CARACTERÍSTICAS
DE APRENDIZAJE
DE LOS ALUMNOS

5



Introducción

Basados en los criterios especificados en la descripción del proceso de análisis de datos, en los resultados de los baremos del CEPEA y los análisis de las tablas, nos proponemos comparar estos resultados buscando confirmaciones, contradicciones y acuerdos entre los mismos. Se presenta una triangulación de resultados de los análisis realizados con los distintos instrumentos de recolección de datos.

A los fines especificados se ha agregado en la tabla (ver Anexo 2) una columna donde se analizan los estilos y estrategias utilizadas por los alumnos para el estudio del tema propuesto a través de las respuestas que han dado y de los análisis ya realizados en la misma tabla.

Con ello se busca determinar si el procedimiento más usado por los estudiantes que participaron de la experiencia es la repetición, si su aprendizaje se caracteriza por memorizar y reproducir lo más exactamente posible los ejemplos y resoluciones dadas en clase en vistas al examen, si la aplicación del conocimiento consiste en reconocer una rutina y reproducirla. En tal caso éstas son características de aprendizaje superficial.

Si en cambio, su aprendizaje es a través de la comprensión, si captan descubriendo el significado y cambian el modo de pensar sobre algo, prestan atención, van más allá y lo aplican a la vida cotidiana, si comparan, integran y buscan relaciones conceptuales jerárquicas e internamente orientadas, si elaboran y organizan, si tratan de relacionar las partes de la tarea entre sí y con otros conocimientos y experiencias sobre el tema, si crean una interpretación personal, su aprendizaje enlaza con el tipo profundo.

También se indagó la existencia de estrategias de logro, como la organización del tiempo y el espacio para la realización de la tarea, la búsqueda de caminos alternativos para obtener las respuestas que necesita.

En lo posible se buscó determinar la utilización de estrategias de apoyo. Se consideró también la presencia de estrategias metacognitivas observando si los alumnos han sido capaces de discutir y explicitar sus procesos de pensamiento y si ejercen algún control sobre su aprendizaje.

En pocas palabras, en este capítulo se clasifican los alumnos de acuerdo al perfil encontrado en el análisis realizado y se compara el perfil obtenido con el resultado en el CEPEA en una tabla elaborada a tal efecto y se discuten los resultados

obtenidos. Luego se agrupan los sujetos de acuerdo al perfil obtenido y se describen los estilos prototípicos de estudio y aprendizaje y se describen las estrategias encontradas en la resolución de los trabajos matemáticos de los alumnos.

5.1- RESULTADOS DEL ANÁLISIS Y DEL CEPEA DE LOS ALUMNOS ESTUDIADOS

En base al análisis realizado se caracterizan los casos estudiados y se compara este análisis con el perfil establecido por el CEPEA (Anexo 3).

Nombre y n° del alumno	RESULTADOS SEGÚN ANÁLISIS	RESULTADOS TENDENCIA SEGÚN CEPEA
Silvana 3	Logro con tendencia superficial, hay dificultades para el pensamiento profundo	Superficial
Nélida 4	Logro con tendencia profundo, procesa en el plano abstracto o en el concreto. Utiliza también estrategias superficiales.	Logro (profundo)
Mirna 5	Profundo dominante	Profundo
Mario 6	Logro (superficial)	Logro
José 8	Las estrategias de apoyo no son las adecuadas para este trabajo. Superficial.	Logro dominante
Sergio 9	Profundo con dificultades para las expresiones coloquiales con estrategias de pensamiento adecuadas.	Profundo logro
Cristian 12	No utiliza estrategias de apoyo adecuadas, no parece tener los conocimientos previos al nivel que se le exige, sus respuestas son poco profundas.	Profundo logro
Elizabeth	Superficial logro.	Logro o sup. logro

15		
Daniel 16	Desorganizado para la tarea, no completa la guía por lo que se puede decir muy poco, parecería con tendencia a bajo logro.	Profundo
Mariana 17	Muy buen análisis metacognitivo y utilización de estrategias de apoyo. Profundo logro.	Logro dominante tiende profundo
Raúl 24	Denota poco esfuerzo, no utiliza estrategias de apoyo, tendencia profundo.	Profundo tiende a prof. Logro
Francisco 25	Sus estrategias de apoyo no son adecuadas, no parece estar motivado. Tendencia profundo, bajo logro.	Profundo
María Fernanda 28	Profundo logro	Profundo logro
Carlos 29	Profundo logro	Profundo logro
Enzo 30	Superficial logro	Superficial
Alejandro 33	Tendencia profundo, parece bajo logro	Profundo tiende bajo logro

Puede observarse en la tabla que en la mayoría de los casos hay coincidencias en los resultados que arroja el instrumento psicométrico utilizado (CEPEA) y los obtenidos a través de la observación y el autoinforme de los estudiantes. Una primera conclusión es que hay consistencia entre los resultados, lo que confirma el valor de los instrumentos que caracterizan el perfil estratégico de los estudiantes.

Los resultados a los que arriba Cristian en su cuadernillo de respuestas hacen pensar en un alumno con tendencia superficial. Puede ocurrir que sus conocimientos matemáticos o las estrategias de apoyo no sean los adecuados para hallar soluciones a los requerimientos. También puede ocurrir que se hayan presentado diferencias de interpretación en el cuestionario del CEPEA.

Sobre Daniel es poco lo que se puede decir dado que se observan muy pocas respuestas.

Raúl parece bajo logro porque tiene la guía incompleta ó su logro no parece ser aprobar el curso, pero en sus respuestas muestra que es muy capaz de pensamientos profundos y abstracciones cuando está motivado como en las escasas respuestas que figuran en su cuadernillo.

Los resultados del CEPEA y las otras fuentes y el análisis efectuado en las tablas (Anexos 2 y 3) no ofrecen contradicciones. En algunos de ellos en que se podría decir que los resultados no son similares, se observan factores que modificarían los resultados del aprendizaje, como las estrategias de apoyo, los conocimientos previos requeridos ya discutidos.

5.2- DESCRIPCIÓN DE ALGUNAS CARACTERÍSTICAS DE LOS ALUMNOS SEGÚN EL ENFOQUE QUE ADOPTAN

- 1- Alumnos con enfoque profundo: Los alumnos con enfoque dominante profundo suelen obtener un buen rendimiento académico, mayor que el que consiguen aquellos con orientación exclusivamente profunda debido a que este último tipo de alumno suele actuar siguiendo sus propios objetivos que, en ciertos casos, pueden no coincidir con los objetivos instruccionales por parte de los profesores. En general, el alumno con enfoque profundo desea seguir sus propios intereses académicos, relacionarlos con su experiencia previa, generar sus propios ejemplos y seguir su iniciativa.
- 2- Alumnos con enfoque de logro: Son alumnos que manifiestan un enfoque dominante de logro ó exclusivo de logro. Los dos grupos están básicamente interesados en las altas calificaciones, suelen poseer metas altas y planifican el curso en forma deliberada y cuidadosa, tienen alto auto-concepto académico y suelen rendir bien en los exámenes formales.
- 3- Alumnos con enfoque superficial: se puede observar un perfil superficial dominante o superficial exclusivo. Suelen poseer tendencia a manifestar un bajo auto-concepto académico, están insatisfechos con su rendimiento y, cuando se compara con sus iguales, consideran que su rendimiento es más bajo, sin embargo,

pueden desenvolverse con facilidad en contextos de aprendizaje en los que se fomenta el tipo de aprendizaje memorístico o mecánico.

- 4- Alumnos con enfoque profundo-logro: Se caracterizan por la búsqueda de significado, por la comprensión y por la relevancia personal del contenido de aprendizaje, haciendo uso de una estrategia orientada hacia sus programas concretos de estudio y que están cuidadosamente organizados y estructurados, lo que les permite la obtención de altas calificaciones.
- 5- **Alumnos con enfoque superficial-logro:** son alumnos que desean el logro, pero adoptan estrategias superficiales para conseguirlo y generalmente no logran su objetivo.
- 6- **Alumnos con bajo logro:** Este perfil es definido específicamente por un bajo motivo de logro, tienden a manifestar conductas que muestran mecanismos defensivos cuando se les evalúa su nivel de competencia o rendimiento o se les examina públicamente, en situaciones de tipo competitivo. Su mayor temor es la pérdida de prestigio derivada del sentimiento de fracaso que suelen manifestar.

5.3- DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRATEGIAS ADOPTADAS POR LOS CASOS ESTUDIADOS

LOS SUJETOS CON ESTRATEGIAS SUPERFICIALES

En nuestro trabajo, encontramos que un grupo de alumnos que ha realizado la experiencia pueden considerarse como casos que adoptan estrategias superficiales de aprendizaje. Estos alumnos, en general, no recurren a las definiciones ni conceptos matemáticos para justificar sus respuestas, tampoco generalizan ni sintetizan. Tales casos, como Silvana y José, expresan concretamente sus ideas, sus justificaciones son para casos particulares. En el caso de Elizabeth, esas descripciones y justificaciones aparecen cuidadas en su forma, y a pesar de utilizar las definiciones, las explicaciones son muy confusas y con ciertos problemas de coherencia. Suelen cometer errores que podrían haberse evitado con una observación detallada de la pantalla y lectura apropiada de las consignas. Se detectan errores reiterados, por Silvana y José, quienes aplican mal durante toda la resolución las definiciones de

de
xxx

amplitud y período. Algunos de ellos, se podrían haber corregido a través de los sucesivos ejercicios si hubieran consultado, por ejemplo, el texto teórico o si hubiera habido actitud crítica, ya que explicitan que no han tenido ninguna dificultad, tal el caso de Enzo.

La utilización de lenguaje simbólico, habilidad propia del aprendizaje de conceptos matemáticos, está relacionada con las expresiones de las fórmulas que se utilizan para resolver el trabajo y sólo con ellas, no hay expresiones personales simbólicas; en ninguno de los casos mencionados, la producción discursiva expresa comprensivamente los procedimientos. La descripción de los procedimientos de construcción mas completa es la de Elizabeth, aunque, si bien las respuestas son correctas, sus relatos repiten la justificación que está en el texto teórico denotando falta de comprensión. En otros casos, por ejemplo José, el relato de los procedimientos es escueto ó no está presente.

En los casos de Silvana y José se observa el intento de cumplir con la tarea pero parecería que con el mínimo esfuerzo posible. En las explicaciones de sus procedimientos detallan información que se reitera pero no concluyen en generalizaciones sustanciales. Esta característica no está presente en todos los casos de estudiantes con estrategias superficiales, es posible que las diferencias estén relacionadas con una mayor orientación de logro. Por ejemplo Elizabeth cumple correctamente las demandas del docente y con descripciones basadas en fórmulas, evidenciando su voluntad de tener la tarea bien hecha.

Estos estudiantes no relacionan las partes de la tarea para obtener respuestas más completas, sino que sus respuestas quedan como secciones aisladas, sin relación alguna, evidenciando también en este caso un relato no comprensivo de las aplicaciones. En las preguntas donde se hace referencia a hipótesis o generalizaciones responden con ejemplos concretos ó parcializan algún aspecto que les ha parecido importante. No sintetizan la información sino que la reproducen, como en los casos mencionados en que se describen procedimientos con números concretos pero en general, repiten la información pero sin abstraer y generalizar.

En cuanto a su actividad de autorregulación, se evidencia poca reflexión sobre las propias acciones y un escaso uso de los instrumentos que tienen en la mano, como el texto teórico. En cambio preguntan a un compañero ó al profesor cómo se hace ó cómo se resuelve, lo que evidencia falta de control sobre su propio aprendi-

zaje ó de preocupación por el mismo y una mayor dependencia del soporte que brindan otros sujetos del entorno.

Un caso diferente es el de Elizabeth quien completó la tarea preguntando a un compañero las respuestas y repitiendo casi exactamente el análisis realizado en el texto teórico, pero, de cualquier manera, justifica con fórmulas dadas los procedimientos. En este caso, se evidencian notorios deseos de completar las respuestas lo mejor posible, y ésto estaría relacionado con la utilización de las estrategias de logro mencionadas: preguntas a un profesor, a un compañero para obtener la respuesta correcta, pero se observan dificultades para razonar, justificar, describir procedimientos por sí misma. Esta alumna repite esquemas y formas de pensamiento que son de otro: su estrategia para completar y hacer correctamente es trabajar con otra persona, un compañero al que le tiene confianza y que sabe que trabaja bien o el profesor, A pesar de ello, su trabajo refleja descripciones técnicas, cómo se hace pero con escasa reflexión sobre la justificación y generalización: " ... es porque se hace así ...". Esta característica se repite en cada uno de los ítems planteados.

En ninguno de estos casos se muestran elementos metacognitivos en la reflexión realizada.

LOS ESTUDIANTES QUE UTILIZAN ESTRATEGIAS PROFUNDAS

Los alumnos que en su trabajo presentan un el perfil profundo, en general, parecen seguir su propia iniciativa en cuestiones de aprendizaje; no quieren atarse a la regla de encontrar la respuesta con los medios que el docente pone a su alcance. Esta característica es más notoria en uno que en otro. Por ejemplo, una de las alumnas que es recursante de la asignatura Geometría (Mirna), intenta responder correctamente pero siguiendo sus propias estrategias: divide el intervalo entre 0 y 2π en lo que llama "Cuatro cuadrantes", haciendo referencia a los cuadrantes de la circunferencia donde se definen las funciones trigonométricas, lo que no corresponde pues está trabajando con valores radianes en el intervalo $(-\infty, \infty)$. Parecería estar preocupada por colocar la respuesta que el docente quiere, hecho que pudo haber funcionado como obstáculo en la obtención de la respuesta. Otros casos utilizan varios puntos de vista cuando se refieren a la utilización de conceptos definidos. Como Sergio, que al trabajar con la definición de dominio y codominio, utiliza varios caminos de resolución, así su relato comprensivo en lenguaje coloquial es diferente del

que aparece en el texto escrito y que denota comprensión de lo que sucede. Lo mismo sucede con Carlos, quien da la explicación de la variación del período de la función utilizando varias alternativas. En otros casos el relato es convencional, ligado a las explicaciones textuales, lo que se interpreta como una estrategia de logro, en el sentido de escribir lo que el profesor quiere (Francisco y María Fernanda). En algunos casos se observa la resistencia a seguir el camino indicado por la guía; como Raúl, quien no contesta las preguntas, no trata de responder lo matemático en lenguaje coloquial, como si no le interesara. Esto podría deberse a que en estos sujetos habría un componente de bajo logro ó de profundo exclusivo.

En todos estos alumnos se observó que hay intentos de generalización, descripción de procedimientos, abstracciones, aunque de "maneras" muy diferentes. Algunos de ellos logran realizar estos procesos en forma más completa que otros; en algunos casos se observa que esta situación depende directamente de los saberes previos que posean. Un ejemplo de ello es Francisco, quien sintetiza en fórmulas las respuestas del primer ejercicio evidenciando un conocimiento matemático que no se les ha ofrecido a los alumnos de la muestra (ver Anexo 2). En otros casos, como Cristian y Francisco, los conocimientos que necesitan y que no tienen internalizados actúan como obstáculo para elaborar una respuesta correcta, aunque utilizan estrategias profundas.

En otros casos se evidencia la utilización de procesos de abstracción con la imposibilidad de describir los "caminos" entre lo concreto y lo abstracto. esta es la situación de Sergio, quien describe perfectamente en lo general. Mariana y Raúl, en cambio, caracterizan lo concreto y luego se refieren directamente a lo general pero en forma exclusivamente simbólica (ver Anexo 2). Otros estudiantes describen correctamente los procedimientos de generalización y justifican adecuadamente como María Fernanda y Carlos. En ellos se evidencia la utilización de estrategias de logro tales como la descripción de los procesos siguiendo el texto teórico (Carlos) ó utilizando la información dada en el texto (María Fernanda).

Los alumnos que utilizan estrategias profundas no presentan inconvenientes en proceder de lo general a lo particular, pero sí de lo particular a lo general. Como se ha descrito, parecería haber falta de entrenamiento en estos procesos. Incluso muchos alumnos no describen los procedimientos, sino que escriben los procesos en orden pero con símbolos (Raúl), como si esto fuera lo que se espera pues son procesos matemáticos para los que la deducción es primordial.

Una cuestión importante aparece ligada a los errores. Los de utilización de conceptos son corregidos por ellos mismos a medida que van resolviendo el trabajo. Para ello, utilizan el texto teórico para rever las definiciones. Es el caso de Raúl, quien en los primeros ejercicios aplica mal la definición de amplitud pero luego la corrige. Los errores, en general, no son de índole conceptual.

Se observa la presencia de miradas retrospectivas en la descripción de lo que realizan evidenciando la presencia de aspectos metacognitivos. Tal el caso de Mariana, quien analiza los procedimientos que ha realizado y los describe exhaustivamente con elementos introspectivos (ver Anexo 2). En este caso también hay diversidad de respuestas, diferentes formas de introspección y desarrollo de habilidades metacognitivas.

LOS ESTUDIANTES CON ESTRATEGIAS DE LOGRO

En los alumnos con este enfoque se observa la voluntad de obtener buenas calificaciones, en este caso, las calificaciones serían la resolución correcta de la guía de problemas. Algunos alumnos no arriesgan a equivocarse, como Mario, quien tiene tendencia a utilizar estrategias profundas pero se observa una fuerte resistencia a describir sus procesos de pensamiento, sus justificaciones y generalizaciones, como si no quisiera tener errores, realiza los trabajos correctamente, utilizando lenguaje y notaciones propias de la matemática, utiliza también el recurso de no contestar si no está seguro de la respuesta, es así que se observan ejercicios no resueltos. En él, sus motivos de logro actúan haciendo que sus respuestas sean concisas y demasiado sintéticas. Otros alumnos no extraen conclusiones por sí mismos, consultan con otra persona, como José, quien tiene tendencia a utilizar estrategias superficiales y espera a que el profesor u otro alumno den la respuesta, pero quiere todas las respuestas correctas. Otros casos, para arribar a una solución correcta, utilizan estrategias superficiales o profundas, ejemplo de ello es Nélica, quien es capaz de describir los procesos de construcción de gráficos en lo concreto y en general, de corregir sus propios errores, pero también busca patrones de repetición o esquemas de resolución sin comparar o relacionar, generalizando respuestas similares.

Los alumnos con bajo logro tienden a no expresar lo que piensan, a no dejar traslucir sus reflexiones, como con temor a ser examinados, tal es el caso de Alejandro, quien es capaz de describir procedimientos y realizar generalizaciones al nivel que se le pide. Al mismo tiempo no contesta las preguntas sobre lo que él piensa

(hipótesis, preguntas que él se haga). Reconoce las dificultades que se le pueden presentar si no conociera alguna información pero no hace el esfuerzo de generalizar respuestas a su alcance, va al texto teórico donde está la fórmula que puede usar, como si se reconociera incapaz de lograrlo por sí mismo: "... sí, porque sino (conociera la información) resultaría muy dificultoso responder porque ...".

5.4- CONCLUSIONES

Como se ha expresado en párrafos precedentes, el enfoque superficial conduce a resultados que implican memorización, retención de situaciones concretas, de adquisición mecánica de procedimientos y está asociado con algunos efectos negativos como es la reproducción de los contenidos del aprendizaje. Es posible hallar el enfoque superficial logro, tal como los encontrados por Biggs (1987) y por Barca (1999) en los que se observa la optimización del tiempo y el esfuerzo para que la tarea esté correcta. Los alumnos con este enfoque no suelen utilizar herramientas metacognitivas para el estudio.

Los alumnos con enfoque profundo Interpretan los conceptos, buscan el significado, la utilización correcta de la definición. Se orienta a obtener respuestas correctas asociándolas a los conceptos y procedimientos en juego utilizando todas las herramientas que poseen: texto teórico, calculadora, gráficos, eventualmente el docente a cargo. Es decir, maximizan la comprensión, leen en profundidad, relacionan los conceptos nuevos con los conocimientos previos, debaten, necesitan menos apoyo del docente, son curiosos y creativos. Pueden utilizar herramientas metacognitivas con fluidez. Si los alumnos con enfoque profundo utilizan también estrategias de logro, los resultados del aprendizaje son más complejos y satisfactorios.

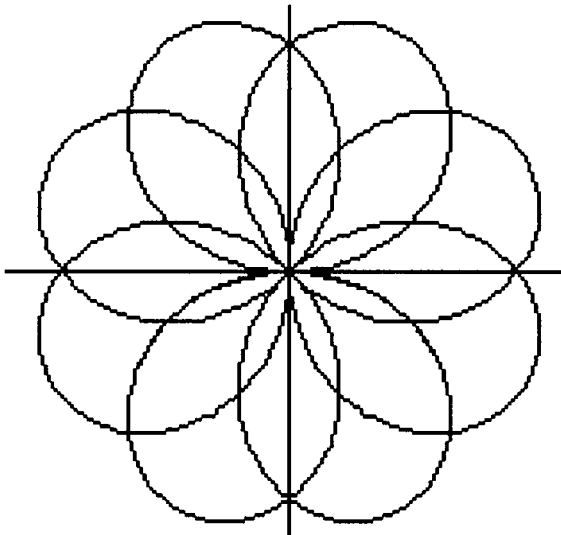
Los alumnos con enfoque de logro, necesitan obtener éxito en las tareas que realizan, su trabajo es organizado en tiempo y esfuerzo, crean "destrezas de estudio" y mecanismos que les permiten acceder al éxito, estos mecanismos están relacionados con las estrategias profundas o superficiales que desarrollen, es decir: si los alumnos son de enfoque profundo, sus estrategias de logro están orientadas a la comprensión de la tarea, si son de enfoque superficial, a la repetición y reproducción de los materiales, optimizan la organización de acuerdo a estos enfoques.

En este capítulo, a partir de las producciones de los estudiantes, hemos encontrado y confirmado las características dadas por los autores de las distintas estra-

tegrías de aprendizaje. La validez del CEPEA – confirmada con los modos de resolución de las situaciones planteadas - muestra el papel de las estrategias de aprendizaje, estrategias generales que ponen en juego los estudiantes para apropiarse de distintos contenidos. Si esto es así, la estrategia condiciona a la situación didáctica modulando a las estrategias docentes.

las estrategias: cómo?
contenidos?
¿ la situación didáctica
¿ no condiciona?

CÓMO SE APRENDE
MATEMÁTICA UTILIZANDO
UN SOFTWARE
ESPECIFICO



6

Introducción

En este capítulo se presenta el análisis vinculado a la adquisición del conocimiento matemático específico por parte de los estudiantes. A través de sus producciones se da cuenta de la construcción del conocimiento matemático sobre la base de sus saberes previos; los caminos seguidos para resolver las cuestiones planteadas; el modo de efectuar abstracciones, generalizaciones; los autoinformes de los casos en cuanto a la descripción de los procedimientos seguidos, los errores cometidos y sus posibles causas. En primer lugar se hace una breve descripción de algunos conceptos de la teoría de las situaciones didácticas. Esta posición teórica utiliza el concepto de obstáculo para denominar algunos problemas en el aprendizaje de los alumnos. Luego, sobre la base de ésta, la mirada se centra en los obstáculos didácticos que se han presentado a los estudiantes; sus diferencias y similitudes de acuerdo a los estilos de aprendizaje determinados para cada alumno.

6.1. SITUACIONES DIDÁCTICAS, SITUACIONES A-DIDÁCTICAS

J. Piaget con su teoría de la equilibración predominante desarrolló una posición conceptual coherente de la evolución del conocimiento: "el conocimiento pasaría de un estado a otro de equilibrio a través de un desequilibrio de transición, en el curso del cual las relaciones consideradas por el sujeto en el estado anterior estarían en contradicción, ya sea por la consideración de relaciones nuevas o por la tentativa, nueva también, de coordinarlas. Esta fase de conflicto sería superada durante una fase de reorganización y de coordinación que llevaría a un nuevo estado de equilibrio. Aplicar esta teoría a la adquisición del conocimiento matemático lleva a considerar que las situaciones-problema presentadas a los alumnos constituyen un factor importante para hacer evolucionar sus representaciones y sus procedimientos. Guy Brousseau (1987) ha desarrollado al respecto la teoría de situaciones didácticas definida como el juego de interacciones que se producen entre el maestro y el alumno implicados con los problemas planteados, situación que provoca en el alumno las adaptaciones deseadas para la apropiación del conocimiento.

La forma axiomática parece muy bien adaptada para la enseñanza, pues permite a cada momento definir los objetos que se estudian con la ayuda de las no-

ciones introducidas precedentemente y también organizar la adquisición de conocimientos nuevos. De esta manera los profesores producimos una actividad ordenada para el alumno que permite acumular un máximo de saberes bastante próximos al "saber sabio" que puede completarse con ejemplos y problemas. Pero esta forma de trabajo borra por completo la sucesión de dificultades y preguntas que han provocado la aparición de conceptos fundamentales, su uso para plantear nuevos problemas, la injerencia de técnicas y preguntas nacidas del progreso de otros sectores, el rechazo de puntos de vista falsos o burdos y las innumerables discusiones al respecto. La presentación axiomática aísla algunas nociones y propiedades del tejido de actividades donde ellas han tomado su origen, su sentido, su motivación y su empleo para facilitar la enseñanza. Las transpone al contexto escolar. Los epistemólogos llaman transposición didáctica a esta operación que tiene sus inconvenientes, su utilidad, su papel.

¿No otra? esto es esencialmente

Sin embargo, saber matemática no es solamente aprender definiciones y teoremas, su aplicación y utilización sino que implica ocuparse de resolver problemas reproduciendo la actividad científica que dio lugar a esos saberes. El alumno se ocupa de esa actividad, construye modelos, lenguajes, reconoce las actividades que se adaptan a su cultura, recurre a aquellas herramientas que le son útiles. Para realizar esta actividad, el profesor imagina y propone situaciones para las cuales los conocimientos que se ponen en juego aparecen como la situación óptima y posible de ser descubierta. El profesor produce una recontextualización y repersonalización de los conocimientos que se convierten en conocimientos del alumno, los plantea para producir debates, pero también provee a los alumnos de los instrumentos que les permiten reencontrar lo que el saber cultural y comunicable les ha querido enseñar. Ellos podrán identificar así su producción con el saber que se desarrolla en ese momento.

Así, el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, y ese saber se manifiesta por respuestas nuevas que son las pruebas del aprendizaje. Los problemas que plantea el profesor deben hacerlo actuar, hablar, reflexionar, evolucionar por su propio movimiento. De esta manera se plantea una situación a-didáctica, preparada por el docente con fines didácticos y que determinan el sentido que quiere darse al conocimiento en ese momento.

“Entre el momento en que el alumno acepta el problema como suyo y aquel en que produce su respuesta, el maestro se rehúsa a intervenir en calidad de oferente de los conocimientos que quiere ver aparecer. El alumno sabe que el problema fue elegido para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, pero debe saber también que este conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin tener presente razones didácticas.” (Brousseau, G.; 1993: 12).

El docente comunica o se abstiene de comunicar, según el caso, preguntas, métodos de aprendizaje, etc. La situación a-didáctica es la que caracteriza el saber, es una “especie de ideal al que se trata de converger” (Brousseau, G.; 1993: 12). la regla de juego y la estrategia de la situación didáctica es el medio que tiene el docente de poner en escena el contrato didáctico que depende de los conocimientos en juego, pero es el profesor el que debe aceptar la responsabilidad de los resultados y asegurar al alumno los modos efectivos de adquisición de los conocimientos.

6.2. LOS OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS

En esta interacción dialéctica planteada en el aula, la noción de obstáculo aparece como fundamental debido a que éstos surgen en el proceso de aprendizaje por la confrontación de conocimientos que efectúa el estudiante. Éste habrá de enfrentar los obstáculos y superarlos para lograr un conocimiento científico. Al respecto, Bachelard menciona:

"no se trata de considerar los obstáculos externos como la complejidad y la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar la debilidad de los sentidos y del espíritu humano, es en el acto mismo de conocer íntimamente que aparecen por una suerte de necesidad funcional para conocer... Uno conoce contra un conocimiento anterior" (1977: 43).

6.2.1. Origen de los diversos obstáculos didácticos

Los obstáculos que se presentan en el sistema didáctico, mencionados por Brousseau (1993), pueden tener diversas causas, siendo difícil e incluso incorrecto incriminar a sólo uno de los sistemas de interacción (alumno-alumnos, alumno-

docente, alumnos-contenido, ambiente físico y social). En consecuencia, los orígenes de los obstáculos didácticos estarían en el sistema, por lo que su modificación, se piensa, los evitaría.

Como dijimos, el origen de los obstáculos didácticos puede ser diverso:

Ontogénicos: éstos provienen de las limitaciones (neurofisiológicas entre otras) del sujeto en un momento de su evolución. Él desarrolla conocimientos apropiados a su medio y objetivos. Al respecto, la epistemología genética ha puesto en evidencia la existencia de dos instrumentos de aprendizaje ya mencionados: acomodación y asimilación.

De enseñanza: son los que surgen del modo como se enseñan los conocimientos de acuerdo a un modelo educativo específico.

Epistemológicos: son dificultades intrínsecas de los conocimientos. Es posible encontrarlos en la historia de los conceptos mismos, lo cual no implica que se habrán de reproducir en situación escolar necesariamente las mismas condiciones históricas en que se han superado.

Brousseau introdujo en 1976 la noción de obstáculo epistemológico como un medio para cambiar el status del error. Fue posible mostrar que el error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre o del azar, como lo conciben las teorías conductistas, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés o que incluso habiendo sido exitoso se presenta como falso, incompleto o inadaptado.

6.2.2. Características de los obstáculos didácticos

Algunas características y manifestaciones de los obstáculos didácticos son:

a) Errores: un obstáculo se manifiesta por sus errores, los cuales son reproducibles y persistentes. Están ligados entre ellos por una fuente común, una forma de conocer, una concepción característica coherente y que ha tenido éxito en todo un dominio de acciones que no son forzosamente explicitables. Los errores persisten, resurgen a pesar del tiempo que tengan de haber sido rechazados del sistema cognitivo consciente, no desaparecen radicalmente de golpe.

b) Franqueamiento: el obstáculo está constituido como un conocimiento con objetos, relaciones, métodos de aprehensión, consecuencias olvidadas... va a resistir el rechazo, se adaptará localmente, se modificará al menor precio, se optimizará sobre un campo reducido siguiendo un proceso de acomodamiento. Será necesario un flujo suficiente de situaciones nuevas que van a desestabilizar en el alumno su co-

nocimiento y hacer necesaria la reconsideración, el rechazo, el olvido hasta en sus últimas manifestaciones. Franquear un obstáculo exige un trabajo de igual naturaleza que el establecimiento de un conocimiento, es decir, interacciones rechazadas en el proceso dialéctico entre el alumno y el objeto de conocimiento. Así, un verdadero problema es una situación que permita esta dialéctica y que la motive.

c) Afianzamiento a causa del medio ambiente: el conocimiento, el sujeto y el medio mantienen una interacción que desemboca frecuentemente en concepciones erróneas. Las mismas son dirigidas por condiciones de interacción posibles de modificar, fenómeno que es objeto de la didáctica. Este obstáculo es fruto de una interacción del alumno con su medio. Esta declaración tiene consecuencias para la enseñanza: si uno quiere desestabilizar una noción enraizada es necesario que el alumno pueda invertir sus concepciones dentro de situaciones numerosas e importantes para él, con condiciones informacionales diferenciadas para que un salto cualitativo sea necesario.

6.3. CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

6.3.1. Algunas consideraciones

En esta experiencia que hemos realizado, el trabajo del alumno se traduce en producir respuestas a problemas planteados, a emitir juicios acerca de procedimientos, a describirlos haciendo conscientes sus valoraciones, sus métodos, sus posibles errores. En este contexto teórico "los problemas" son considerados como la mejor alternativa para ayudarlos a superar sus errores, sus concepciones acerca de los objetos tratados. Es por ello que en el análisis que sigue se intentan visualizar las concepciones de los alumnos acerca de las problemáticas de los conceptos matemáticos y los que actúan como soporte que se ponen en juego. Este análisis se basa en el reconocimiento de errores, en el descubrimiento y descripción del recorrido de construcción de conceptos, en el reconocimiento de la contribución que otros conceptos hacen a la construcción de ciertos objetos matemáticos, procedimientos, métodos y planteos de posibilidades de acción.

Los extractos se realizaron en base a los análisis que se encuentran en la tabla del Anexo 2 al que se hace referencia, a las concepciones teóricas que aparecen

sobre el error y a los trabajos que realizaron los alumnos durante la experiencia, es decir, se ha vuelto nuevamente a las fuentes de información.

6.3.2. Revisión de conocimientos previos

La revisión de conocimientos previos necesarios para el desarrollo de la guía se ha planteado fuertemente en los dos primeros ejercicios. En ellos se intenta una recuperación de la graficación y aproximación con números reales, de equivalencia de medidas angulares y de arcos para la lectura de los gráficos de funciones trigonométricas, así como la comprensión de los conceptos de dominio y codominio o imagen y la definición de función. En el análisis la atención está puesta en la comprensión de las relaciones que establecen los estudiantes entre esos conceptos.

Entre los alumnos observados, algunos no han cometido errores en el razonamiento matemático con los números (ver Anexo 2), mientras que otros estudiantes no han escrito la respuesta, por lo que no se pudo hacer análisis de estos resultados. Algunos errores que cometen los alumnos pueden explicarse por una aproximación gruesa en la lectura de la pantalla de la computadora al no cambiar la escala. Es el error que comete, por ejemplo, Silvana, al colocar el valor de $\sin x$ con dos décimos de diferencia, o el valor de la misma función con valor mayor que uno, error que también evidencia un mal uso de los conceptos teóricos ya que $\sin x$ no puede ser mayor que uno. Otros alumnos no tienen en cuenta si los números son positivos o negativos, como Nérida en el pasaje de radianes a grados sexagesimales o en la lectura del gráfico, sólo se refiere a valores positivos de la variable, los negativos aparecen sólo si se la obliga a leer en ese semieje. Como el eje x está expresado en radianes, aparecen mal realizadas las equivalencias entre los sistemas mencionados. Tal es el caso de Mirna y Enzo quienes escriben números que no corresponden al valor del ángulo sino a otro valor de la función e invierten el par ordenado, colocan $\sin x$ en lugar de x y viceversa.

Los errores que cometen los alumnos al realizar la tabla de valores del ejercicio 2 pueden explicarse por un mal uso de las escalas numéricas en los ejes y del cursor en la pantalla para la lectura de las aproximaciones, de pasaje de un sistema de medición a otro, del concepto de par ordenado, de los conceptos de número negativo o positivo, del concepto de función en general y de función $\sin x$ en particular. Estos errores se pueden atribuir a una mala conceptualización del número real, de la operatoria con él mismo y sus representaciones gráficas. Del análisis realizado se

puede inferir que los conceptos que posee el alumno tienen un peso muy importante en la elaboración de las respuestas dadas, en detrimento de las limitaciones de manejo del software, de lectura de gráficos.

6.3.3. Dominio y codominio

Los ejercicios uno y dos también indagan sobre los conceptos de dominio y codominio, relacionados con la interpretación de la definición de función, de intervalo, de período, de máximos y mínimos y amplitud.

Cinco alumnos aplicaron correctamente los conceptos mencionados, en el resto aparecen dificultades y errores. En algunos casos, estas dificultades están relacionadas con la confusión entre el dominio y el codominio, es decir, cambian la variable independiente por la dependiente. Un caso relevante es el de Nélide, quien en algunos casos intercambia los valores de ángulo con los de la función y este error produce confusión entre el dominio y el codominio, los intervalos de definición de la función y los valores máximos y mínimos cuando cambia abscisa por ordenada. Estos errores también se observan en otros alumnos.

En otros casos definen bien el dominio pero cuando deben aplicar el concepto a la variable independiente lo hacen para intervalos abiertos de $(-1; 1)$ como Daniel, pero podría ser un error de notación: intervalo abierto por intervalo cerrado. Para otros, como Cristian y Elizabeth, el dominio es un intervalo o varios intervalos particulares como $[-\pi, \pi]$ ó $[0, 2\pi]$. Esta respuesta que parece estar relacionada con el concepto de período que es 2π para esta función y con lo que ve en la pantalla de la computadora sin cambiar la escala que utiliza el programa por defecto.

Un caso distinto es el de Sergio, quien coloca la respuesta en general, sin referirse a los conjuntos numéricos o a los intervalos de definición, dice que "... el dominio son los valores de x y el codominio los de $\sin x$...", pero no los explicita, puede explicarse como una falta de ejercitación en la aplicación de las definiciones utilizadas.

Los errores de notación estarían relacionados con una incorrecta conceptualización, no sólo de dominio y codominio, sino de intervalo abierto y cerrado y con una escasa rigurosidad aplicada a las respuestas. Como se explicita también en el análisis del concepto de período, hay una cierta confusión entre los conceptos período, intervalo, dominio y codominio como si en la construcción de cada uno de estos con-

ceptos intervinieran los demás, o al intervenir los demás el alumno los confundiera. En estos casos, sería necesario plantear situaciones donde los alumnos los pudieran diferenciar explícitamente.

6.3.4. Periodicidad

El concepto de período se encuentra relacionado con los conceptos anteriores. Los alumnos cuentan con su definición en el texto teórico, definición que ha sido explicitada en el pizarrón a la vista de las dificultades en su utilización al elaborar las respuestas.

Sólo cuatro alumnos aplicaron la definición de período correctamente y éstos explicitan que han utilizado el texto teórico para ello. Para algunos casos, el período va de 0 a 2π , como para Alejandro, quien explica que la función "... es nula en x / x es el principio o final del período, es positiva en la mitad del período y es negativa en la segunda mitad del período ...". Incluso utilizan la notación de intervalo para explicitarlo como Raúl quien luego corrige la notación pero vuelve nuevamente sobre el mismo error. Algunos alumnos colocan correctamente el período como 2π , tal como Mirna, pero luego en la utilización se refieren a él como "... el primer período, el segundo período ...", lo que evidencia el uso del concepto como intervalo. Hay casos que colocan el período como π , como Mario. Parecería que la noción de período la relacionan con la de intervalo y con la de dominio, ya se ha explicitado este error en el apartado referido al dominio y al codominio. Los conceptos mencionados los utilizan al mismo tiempo que esta experiencia en la asignatura "Análisis matemático". Es posible también que el docente encargado del curso, haya mostrado en la gráfica en el pizarrón el concepto de período señalando sus sucesivas repeticiones en el dominio graficado: $[0, 2\pi]$, $[2\pi, 4\pi]$, etc.

Como se ha analizado, el concepto de período se construye con nociones anteriores y otras que están estudiando en ese momento como dominio, intervalo y con la explicación del profesor. Otros alumnos, más independientes en la organización de su trabajo, con otras estrategias, buscan en el texto la definición y ésta se constituye en otro elemento más a la hora de elaborar la respuesta requerida. En alguno de ellos no es posible explicar el error o la concepción utilizada con los elementos que se tienen a la vista.

6.3.5. Amplitud

Es un concepto mucho más sencillo que el de periodicidad, está ligado al concepto de codominio en su utilización ya que son valores de la ordenada de la función.

También este concepto está debidamente explicado y definido en el texto teórico. La mayoría de los casos (11) aplican la definición correctamente. Alguno de ellos han respondido que han consultado el texto teórico para esta definición, como los casos de Nélica y Mirna cuando se les interroga acerca de ello.

Entre los demás alumnos, Elizabeth, por ejemplo, no explicita la respuesta. En otros casos, el error aparece relacionado con el concepto de intervalo, de codominio, de valores máximos y mínimos, como Cristian, quien escribe la amplitud como ± 1 en lugar de 1, José, quien escribe $(-2; 2)$ en lugar de 2, incluso uno de ellos, escribe la amplitud en general como $[-a, a]$. Estas respuestas indicarían también que los alumnos no han consultado ni leído el texto teórico. Es posible que los que usan mal el concepto, como intervalo, lo piensen como el conjunto codominio de la función o valores posible de la misma: desde un cierto número hasta otro. Este es el error más común que no responde a la definición que figura en el texto y a pesar de que se ha explicitado en clase.

6.3.6. Generalizaciones y relatos de procedimientos de construcción

Las respuestas que se obtuvieron de los alumnos en este sentido son determinantes en el caso de estudiar el pensamiento profundo. Generalizar, en este caso procedimientos de graficación, significa poder mirar lo que se ha hecho, analizarlo desde un plano de abstracción más importante, describirlo, encontrar distintos niveles de síntesis, pasar al plano más general de la descripción del procedimiento para todos los valores. Aquí hay varios niveles de dificultad, el primero es analizar lo que sucede cuando se multiplica una función por un número; el segundo nivel es multiplicar la variable por un número y el tercero, a ese producto de la variable sumarle una constante real.

Los niveles de profundidad a los que llegan los alumnos están fuertemente ligados al grado de dificultad planteado, con estrategias acordes de pensamiento para llegar a la generalización del procedimiento. Por ejemplo, se puede observar si efectivamente el alumno describe el procedimiento o se queda en lo concreto. Uno de los ítems que se tienen en cuenta es si el procedimiento se "muestra" de alguna

manera simbólicamente, lenguaje muy utilizado en general por los alumnos de matemática, como realizar una tabla. Otro aspecto importante es si el alumno logra “mirarse”, observar él mismo qué es lo que hace, como desarrollo posible de la metacognición. De acuerdo a estos criterios se observan en cada uno de los niveles descrito si:

- 1): Describe el procedimiento en general, coloquial y simbólicamente.
- 2): Escribe simbólicamente una sugerencia de procedimiento como una tabla, símbolos seguidos, mostrando la utilización de lenguaje simbólico con cierto grado de abstracción.
- 3): No describe el procedimiento de construcción general, realiza sólo construcciones de las funciones pedidas.

En los párrafos que siguen se describen las características alcanzadas por los alumnos en cada uno de los niveles a los que se hizo referencia:

Primer nivel: analizar qué ocurre con una función cuando se la multiplica por un número real.

Este es el procedimiento más sencillo, debe graficar y describir $f(x) = a \sin x$. Ocho alumnos describen correctamente con palabras propias cómo se debe graficar la función general, algunos de ellos parten de la discusión sobre los casos concretos que se les han pedido graficar y caracterizar, como Mirna, que contrasta la negatividad de un intervalo de una función con la positividad de la función opuesta en el mismo intervalo, luego sintetiza con minuciosidad pero muy brevemente; finalmente escribe ejemplos con números de lo que sintetizó.

Sergio se refiere a los máximos, mínimos, período y amplitud para dar las respuestas requeridas, hace una tabla a modo de explicación del procedimiento general, como dando a entender el procedimiento, es decir, habría una suerte de explicación por intermedio de símbolos y tablas exclusivamente, sin expresiones coloquiales. Raúl sólo escribe números y símbolos. Tres casos responden con símbolos y tablas exclusivamente.

Entre los alumnos que no describen el procedimiento general hay distintas respuestas: Daniel explica cómo varían la amplitud, el período, los máximos y mínimos coloquialmente, lo demás lo resuelve con números. Nérida sólo dice que el gráfico depende del valor de a que es quien determina la amplitud. Estas respuestas

podrían estar relacionadas con la dificultad de traducir lo simbólico al lenguaje coloquial y la dificultad de expresarse verbalmente.

Segundo nivel: analizar qué ocurre con la función cuando se multiplica la variable por un número.

El grado de dificultad en estas descripciones ($f(x) = \text{sen } bx$) de procedimientos se observa en la escasa claridad de las respuestas de los alumnos: sólo seis logran describir el procedimiento de graficación; algunos de ellos lo hacen con el texto teórico, casi utilizan las mismas palabras, como María Fernanda, quien expresa que calcula el período con la fórmula y a partir de allí, realiza la gráfica. Un caso interesante es Mirna, quien particiona el intervalo entre 0 y 2π en los cuatro cuadrantes de una circunferencia y se refiere a la construcción de la función en relación al giro del ángulo a partir del eje x , relacionando con conceptos tales como dominio, codominio, amplitud, intervalo. Otro procedimiento no convencional para la descripción lo utiliza Mariana, quien divide por b cada ordenada y a partir de allí explica la construcción. Carlos ofrece una visión particular ya que generaliza la construcción relacionando la variación del período en las distintas funciones en relación a la velocidad de giro del ángulo x . En este nivel las descripciones son más creativas y no convencionales que en el primero y los alumnos utilizan con más fluidez los conceptos.

Entre los alumnos que no logran describir el procedimiento general hay discusiones interesantes en las construcciones con números como Sergio, quien discute exhaustivamente las construcciones pedidas y relaciona los conceptos con los que ha visto hasta ahora pero no logra la discusión general, esto lo hace sólo simbólicamente y con una tabla. Los que realizan con estas simbolizaciones son sólo tres.

El resto de los casos no describe la construcción pedida, algunos calculan el período en general, es decir, ponen la fórmula que por otro lado está en el texto teórico (Nélida) otros no realizan ningún cálculo (Cristian), los demás se refieren a la amplitud solamente como Elizabeth.

Tercer nivel: Estudiar el corrimiento de la función y describir el procedimiento de graficación de $y = \text{sen } (bx + c)$.

Los alumnos que describen el procedimiento de construcción de $\text{sen } (bx + c)$ lo hacen por comparación con la gráfica de $\text{sen } bx$ sin excepción. Algunos de ellos

describen con más detalle la construcción como Carlos, quien explica que las gráficas son iguales, salvo que están desplazadas, además se refiere a desplazamiento a la derecha o a la izquierda "... a lo largo del eje x ...", dice, dependiendo de los signos de b y c. En los otros casos la descripción es muy sintética, por ejemplo Mariana quien sólo se refiere al desplazamiento de la función. Otros alumnos que responden correctamente son Sergio y Mirna.

El grupo siguiente de alumnos sólo calcula el corrimiento o desfase de la función con la fórmula que es dato en el problema, Enzo, por ejemplo, se refiere al signo de c para determinar si el desfase es positivo o negativo, dado que el dato que se le da de b es positivo. Generaliza pero tomando un solo signo para b. El resto de los casos (sólo dos), calculan el corrimiento y el período de la función.

Los alumnos del último grupo, no realizan construcciones ni descripciones de la gráfica general. Hay caso en los que las graficaciones de las funciones que se utilizan como ejemplos concretos están con los cálculos correctos como Mario y José, quienes hacen los cálculos particulares y colocan la fórmula. Otros casos interpretan mal el concepto de desfase o corrimiento de la función, como Silvana, quien explica que el corrimiento es $(1 + (-c/b))$. Un caso interesante es Raúl, quien parece confundir los conceptos de período y amplitud pues explica que "Se puede ver que lo que varía es el período ya que la amplitud está entre $[-1, 1]$ ", conceptos erróneos ya que el período no varía y la amplitud es 1. En este grupo los errores aparecen fuertemente ligados a los conceptos que utilizan los alumnos, los que parecen ser un impedimento para lograr las generalizaciones pedidas.

El análisis realizado muestra que en los niveles donde se exige mayor abstracción, la creatividad y la originalidad juegan un papel muy importante a la hora de describir, traducir lenguajes, hallar soluciones. Se observa en los casos que han contestado correctamente los planteos sin utilizar lenguaje coloquial, una metodología similar como la construcción de tablas, la escritura de cálculos auxiliares, la presencia de gráficos que ayudan al razonamiento. Estas cuestiones podrían estar relacionada con una "forma" de trabajo al que los alumnos están acostumbrados en matemática: la utilización de lenguaje simbólico sin explicaciones coloquiales pero con una correcta interpretación y uso de los conceptos. Este tipo de respuestas también podrían estar relacionadas con la dificultad de traducir lo simbólico al lenguaje coloquial, esfuerzo que no están acostumbrados a hacer.

En los casos que no logran una adecuada resolución de lo pedido, los errores se producen relacionados con lo conceptual, como los conceptos de amplitud, período y desfase.

6.3.7. Concepto de hipótesis

En la pregunta de referencia (pregunta correspondiente al problema 3 de la GM, Anexo 1): ¿cuáles son tus hipótesis al respecto?, el intento es que los alumnos expresen qué creen, cuáles son sus suposiciones acerca de lo que ocurre si se multiplica la función $\sin x$ por un número. En este sentido el significado de la palabra hipótesis, alude a una suposición posible de un suceso para extraer una conclusión. Otro significado de esta palabra es el matemático: en un teorema, en la hipótesis se colocan los datos o supuestos que se tienen para probar la tesis.

Para algunos alumnos, el concepto de hipótesis no alude a la generalidad de ocurrencia de los sucesos, sino a un enunciado que se puede explicar con casos particulares exclusivamente y así lo hacen. Por ejemplo, Mirna compara $\sin x$ con $2 \sin x$ para expresar su hipótesis pero no en general; o como Francisco, quien sólo expresa que la ordenada es el doble de la anterior.

Para otros, en cambio, la hipótesis está compuesta por los datos que tienen para resolver el ejercicio, parecería análogo a la hipótesis de un teorema pero, en contraposición, se “pierde” o “desfigura” la forma lógica $\text{si } P \rightarrow Q$. Para José el significado tiene dos sentidos: el concepto de hipótesis de un teorema y además la idea de lo que sucederá en esa circunstancia pues dice que sus hipótesis “se confirman”.

Muchos alumnos, expresan la propiedad en forma general simbólicamente pero no coloquialmente, como Silvana, quien dice que “cambia” el valor de la función pero no explicita cómo; o Nérida, quien dice que su hipótesis es que si multiplica a $\sin x$ por un número “la gráfica varía” (ver Anexo 2). En estos casos no hay indicios de justificación de la hipótesis.

La mitad de los alumnos no han contestado la pregunta. Las dificultades en la concreción de la respuesta estarían puestas en el conocimiento de lo que es la hipótesis de un teorema como “los datos” que se tienen, hay que recordar que son alumnos de matemática y que están comenzando a ver ese tipo de estructuras para las demostraciones. Otra en la expresión coloquial ligada al desarrollo de la metacognición en el sentido de explicitar o explicar los propios pensamientos y en realizar generalizaciones sobre problemas planteados.

6.3.8. Utilización del texto teórico

Se la entiende como una estrategia que aporta a la comprensión de la utilización de conceptos, de significado de los mismos y de logro pues a través de ella se puede verificar, corregir o estudiar cómo se procede, qué aspecto de la definición se utiliza para la resolución de determinado problema, incluso la definición misma de algún concepto. Casi el 45 % de los alumnos no ha utilizado el material teórico suministrado. El 38 % explica que lo ha utilizado para recordar definiciones de amplitud, período o desfase como Nérida (aclarar dudas sobre amplitud, ver Anexo 2), sólo el 12 % para idear procedimientos de graficación. Precisamente son los alumnos que han consultado el texto teórico los que han podido corregir algunos errores conceptuales como el de amplitud (Nérida), otros, no verifican si utilizan los conceptos de acuerdo a las definiciones y esto es una fuente de error importante pues, obviamente, creen que los usan bien.

Esto significa que en los ejercicios planteados no hay confrontación con el saber en este sentido, no pueden corregir si usaron bien o no el concepto, es posible que esté relacionado con la costumbre de trabajar en matemática sólo con problemas y ejercitaciones, sin utilizar la teoría, los textos, los apuntes del profesor, costumbre arraigada fuertemente desde la escuela. Por otro lado, si utilizan mal un concepto, pueden resolver el ejercicio, mal, pero resolverlo, en cambio, si no saben cómo usar una sentencia del programa, no tienen otra opción que leer el texto con las instrucciones.

6.3.9. Uso de software

El programa que se utiliza no ofrece mayores dificultades, no produce inconvenientes en el estudio de los temas tratados según informan los alumnos. Si necesitan saber cómo se ejecuta una sentencia nueva, leen las instrucciones. Informan que se demoran cuando buscan focalizar un sector de la gráfica porque el software tiene una lógica distinta de la que ellos hubieran utilizado. El icono que se representa en el programa tiene dibujadas las flechas hacia fuera y esto significa que el observador se aleja de la gráfica, por lo tanto la escala en el gráfico contiene números mayores, contrariamente a lo que ellos hubieran supuesto: que se acerca el gráfico a la vista. El efecto contrario es con las flechas hacia adentro, se focaliza en un punto, el observador se acerca, por lo que la unidad crece de tamaño. El

el observador se acerca, por lo que la unidad crece de tamaño. El icono se refiere a la posición del observador, el que maneja el programa piensa que se refiere a la escala utilizada y allí se provoca la confusión que es superada rápidamente con un poco de práctica. Los alumnos que hacen la advertencia del problema son de perfil profundo.

Se evidencia en muchos de ellos la incorporación de palabras típicas del programa en el relato de la descripción de los procedimientos, uso del mouse e iconos.

El aprendizaje con software aparece descrito por los alumnos como aprendizaje por repetición y búsqueda de información cuando tienen que manipular una nueva sentencia, pero de alguna manera deben tener que comprender la lógica del programa como se ha descrito en el párrafo anterior.

El uso de la calculadora es bastante común para aproximar números reales, pasar de un sistema de medición al otro, verificar valores en algunos casos.

6.4. CARACTERÍSTICAS ENCONTRADAS DE LOS OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS

Las dificultades en el aprendizaje de los alumnos pueden estar relacionadas con procedimientos y conocimientos que se producen en el medio, propios de la disciplina y de la forma de enseñar en él. Un ejemplo de ello es la realización de las tablas numéricas con pares de valores (x, y) para graficar una función, como si no hubiera otra metodología. Otro ejemplo es la ausencia del reconocimiento de la teoría aplicada a la práctica que produciría consecuencias tales como imposibilidades de traducción de lenguajes o mejor, de expresar coloquialmente lo que se escribe en forma simbólica tal como la descripción de procedimientos de graficación. Por otro lado, no parece haber costumbre o entrenamiento en expresar coloquialmente las simbolizaciones y generalizaciones, en general, los alumnos se limitan a expresar simbólicamente los procesos y procedimientos que se les solicitan. Juega un papel importante la utilización de las estructuras matemáticas sin análisis, como es el caso del concepto de hipótesis y su función en un teorema, acepción diferente de la solicitada. En este caso, como en el caso de las tablas, se utiliza la estructura sin una actitud crítica que permita aplicar los conceptos correctamente.

Tal como se ha analizado en los párrafos precedentes los errores que cometen los alumnos podrían caracterizarse por:

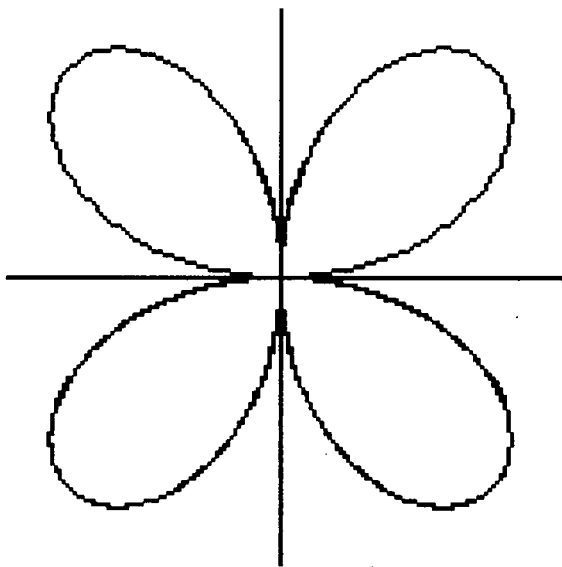
- Estar relacionados con conceptos mal adquiridos, como en el caso de la amplitud, el período, conceptos que son propios del tema que se estudia y que son necesarios para la adquisición de otros de mayor complejidad.
- La equivocada utilización de procedimientos matemáticos comunes como las lecturas en aproximaciones numéricas, las construcciones gráficas y las interpretaciones de esas lecturas.
- La confusión entre conceptos que tienen algo en común, conceptos similares ó que se refieren al mismo tema como dominio, codominio, intervalo, amplitud, período.

Otros errores estarían relacionados con proceder, explicaciones del profesor como el concepto de período donde podría pensarse que el alumno toma un aspecto significativo de la definición: la señalización del período que hace el docente en la pizarra, que luego adapta para producir las respuestas solicitadas y donde otros conceptos como el de intervalo, dominio, codominio, intervienen para formarlo. Este concepto puede quedar construido de esta manera y con esta concepción pues no hay otras interacciones o situaciones planteadas por el docente donde se produzca una confrontación entre lo aprendido por el alumno y el objeto de conocimiento. El alumno produce en ocasiones esa confrontación, un ejemplo de ello son los que han consultado el texto teórico para verificar definiciones de período u otras utilizadas en el trabajo.

El aprendizaje del manejo del software y su utilización están notoriamente relacionadas, y reconocido por los alumnos, con estrategias de repetición y memorísticas tales como las observadas al construir las instrucciones de manejo del software, pero también se observa la intervención de la comprensión de las rutinas que utiliza, su comparación con los razonamientos individuales, comprensión que, de no estar presente, podría resultar en un obstáculo para el aprendizaje.

Son muchas las maneras de proceder, de utilizar estrategias, de comprender, de construir y tener en cuenta aspectos del saber. Se observa que no es sencillo en la mayoría de los casos, analizar su propio proceder, hay una marcada ausencia del control sobre su propio aprendizaje. Muchos alumnos tienen serias dificultades para generalizar, hacer síntesis, justificar, está en el docente incentivar el juicio crítico y la utilización de estrategias profundas con actividades acordes que los alumnos puedan desarrollar cuando estudian.

EL SOFTWARE COMO
HERRAMIENTA PARA
EL APRENDIZAJE



Introducción

El alumno que aprende lo hace inmerso en un contexto de aprendizaje y desde ese espacio opera utilizando estrategias particulares. A partir de ese supuesto se considera un aporte importante a la docencia describir las estrategias de aprendizaje que utilizan los alumnos cuando aprenden matemática con un software específico, así como también otras variables que han sido observadas en el contexto de la experiencia.

En este capítulo se describen los rasgos prototípicos del aprendizaje de la matemática con software de los alumnos de acuerdo al enfoque de aprendizaje. También las estrategias cognitivas que hayan utilizado los alumnos con enfoque superficial, profundo y de logro y los compuestos correspondientes con el criterio de relevar:

- Tratamiento, reconocimiento, utilización de contenidos previos por los alumnos.
- Tipos de errores que cometen, posibles causas y corrección de los mismos.
- Construcción de conceptos, su aporte a otras construcciones ó a la resolución de problemas.
- Aprendizaje del manejo del software, técnicas, incorporación de lenguaje o palabras del mismos, razonamiento.
- Utilización de lenguajes matemáticos: coloquial, simbólico, gráfico.
- Procesos de abstracción, generalización ó síntesis.
- Criterios de justificación que se observen.
- Motivación en lo que se refiere a lo que el alumno quiere, el docente quiere y cómo se lo logra.
- Control sobre el propio aprendizaje, planificación, supervisión y evaluación.
- Otras estrategias como control del tiempo, del esfuerzo y la atención.

También se describen algunas otras particularidades del aprendizaje con software relacionadas con los enfoques de los alumnos y con particularidades de la enseñanza de la matemática.

7. DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA CON SOFTWARE SEGÚN LA CARACTERIZACIÓN DE LOS ALUMNOS

7.1. Enfoque superficial

Los alumnos con este enfoque pueden leer correctamente los gráficos en la pantalla de la computadora pero cometen errores de interpretación al aplicar otros conceptos como dominio, codominio, aproximaciones, máximos, mínimos, al efectuar pasajes de un sistema de medición al otro y/o al realizar generalizaciones. Ejemplo de esto es observa en una actividad de lectura de la preimagen de un valor del seno de un ángulo. Varios de estos estudiantes, como Silvana y Enzo, encuentran dos ó tres ángulos, los ángulos que ve en la pantalla, en general del semieje positivo de la variable independiente, no generalizan ni a todo el semieje positivo ni a todos los números reales. El concepto de número real, se encuentra parcializado y recortado, con confusiones y errores en las relaciones y operatoria. En las respuestas aparecen errores de comprensión de conceptos, como el cambio del dominio por el codominio, x en lugar de $\sin x$. En algunos casos se podría inferir que existe confusión de los conceptos e imposibilidad de utilizar varios de ellos al mismo tiempo. Se denota una conceptualización parcializada o errónea de conocimientos

Los errores que cometen son de aplicación de los conceptos tratados tales como dividir el dominio ó tomar secciones parciales, desconocer el significado de la amplitud ó el período. En la mayoría de los casos utilizan la amplitud como $\pm a$ en lugar de $|a|$, el período aparece como intervalo en lugar de propiedad que se repite. No se corrigen los errores cometidos a lo largo del trabajo. Las confusiones son en este estilo a la hora de aportar con conceptos ya trabajados a la construcción de otros nuevos o de resolver situaciones y problemas.

Explican los procedimientos con la técnica que ellos utilizarían para realizar el gráfico, marcar coordenadas, hacer una tabla, en general con ejemplos ó relaciones numéricas. Si generalizan comienzan a aparecer errores en la aplicación de los conceptos, gráficos mal dibujados a pesar de que los pueden ver en la pantalla, no hay justificaciones de los pasos que siguen y las generalizaciones no son completas, contemplan sólo algunos aspectos de la síntesis que resuelven las aplicaciones técnicas pero no lo conceptual. Las descripciones de procedimientos son reiteraciones

de descripciones de procedimientos anteriores, repeticiones de técnica de resolución.

Se observa poca utilización de lenguaje coloquial, y en estos casos con errores en los significados. En ocasiones está correctamente escrito y trabajado el problema en lenguaje simbólico pero no en lenguaje coloquial o éste está ausente. Interpretan lo simbólico, lo leen, pero las dificultades aparecen cuando deben expresarlo por ellos mismos, no relacionan lo concreto con lo simbólico. También hay dificultades de interpretación en relación al lenguaje utilizado en los textos ó instrucciones, como la palabra "equivalente", el concepto de hipótesis a los que ya se hizo referencia.

En contraposición, estos alumnos no tienen dificultades con la utilización del software, siguen las instrucciones como se indican, no aparecen contradicciones o confrontaciones, incluso incorporan el lenguaje del programa en la forma de instrucciones o elementos sin ninguna dificultad.

En general, no reconocen los errores que cometen, por lo que no hay corrección de los mismos. Esto se verifica al observar el desarrollo metacognitivo: no planifican ni evalúan su propio aprendizaje, sencillamente siguen las instrucciones.

Son alumnos que no tienen dificultades para seguir instrucciones pero sí para elaborar respuestas, generalizar, justificar. Recurren a lo concreto para expresar sus ideas. La aplicación de conceptos y definiciones están regladas por el tecnicismo. Utilizan lenguaje simbólico para expresar algunas ideas y conceptos pero en la expresión coloquial lo hacen con casos particulares ó con dificultades. El camino de lo abstracto a lo concreto aparece como más conocido que el camino de lo concreto a lo abstracto, en general, y en este sentido, interpretan las fórmulas pero no simbolizan y no parece haber reflexión sobre lo que hacen.

7.2. Enfoque superficial logro

Los alumnos superficiales con tendencia de logro pueden superar algunas fallencias y errores a los que se hace alusión con un importante control de las estrategias de apoyo: control del tiempo, de la atención. Completan toda la guía pero reflexionan muy poco sobre lo que hacen.

Otra estrategia que utilizan es ignorar la pregunta, contestar sólo el aspecto que saben que está bien. Leen los textos teóricos para que las respuestas sean co-

rectas, como haciendo una "copia" de lo que allí está, con escasas intervenciones personales, lo que provoca problemas de coherencia entre lo que hace y lo que describe, generaliza, justifica. No interpretan, por ejemplo, la importancia del signo en el desfasaje de la función. Otra forma de tener correcta la respuesta es consultar con los compañeros y cotejar así sus propias respuestas.

Denotan la utilización del material teórico para que las respuestas sean correctas pero sus conclusiones son confusas ó un resumen de la teoría tratada, no hay aportes o interpretaciones personales. Quieren tener bien las respuestas pero no logran profundizar en los conceptos tratados, sólo repiten los pasos seguidos, los procedimientos, con mas o menos detalle. No crean métodos propios para evaluar metodologías o razonamientos.

7.3. Enfoque profundo

Estos alumnos leen correctamente los gráficos y, en general, extienden los significados buscando generalizar, por ejemplo, extienden los conceptos de máximos, mínimos, período, van más allá de lo que ven en la pantalla, sus aproximaciones son coherentes aunque a veces no sigan la norma y están ligadas a los conceptos que trabajan: período, dominio, codominio. Estos alumnos tratan de justificar las aproximaciones con el uso del mouse ó del programa.

Algunos errores provienen de aplicar mal los significados de los conceptos, pero en muchos casos se corrigen a través del trabajo, ejemplo de esto es el uso del concepto de amplitud: muchos alumnos lo corrigen desde un cierto lugar pero no vuelven atrás a revisar lo hecho, aquellos que no lo corrigen son alumnos con tendencia a profundo exclusivo, aunque la corrección no significa que no se vuelvan a cometer esos errores. Los errores de aproximaciones parecen estar relacionados con conocimientos anteriores mal utilizados, como el pasaje del sistema sexagesimal al radial, pero no son errores sistemáticos ni aparecen regularmente. Muchos alumnos utilizan con solvencia las diferentes notaciones para ángulos, ninguno las confunde ó utiliza mal permanentemente.

En los alumnos profundos dominantes se observa la intención de debatir, de seguir su propio camino para el estudio, de utilizar códigos y notaciones propias, en muchos casos contraviniendo la notación matemática, pueden no respetarla, por

ejemplo, una alumna divide el eje x en “cuadrantes” entre 0 y 2π , haciendo un paralelo entre la circunferencia trigonométrica (dividida en cuatro cuadrantes) y el eje x . Otra explicita procedimientos de construcción que no son los que sigue el texto ó la mayoría de los alumnos. Debaten la importancia del signo de una fórmula con un error de tipeo, intentan seguir su camino en la utilización del software pero deben volver a las instrucciones.

La construcción de conceptos integra los conceptos nuevos a los conocimientos que ya tienen y se comprenden en relación a lo que están viendo en este trabajo ó en otras asignaturas que estén cursando. Obviamente cada alumno tiene sus particularidades y sigue sus propios caminos, un claro ejemplo de esto es el concepto de período que es utilizado relacionado o confundido con los de dominio, codominio o intervalo real, como si hubiera una “mezcla” de significados que luego se aclara en cada uno de ellos. En algunos casos se utilizan diferentes aspectos de los conceptos tratados y se integran con más facilidad. Esta descomposición de saberes es propia del juego del alumno con el medio a-didáctico y son específicos de cada conocimiento.

La descripción de procedimientos está relacionada fuertemente con las generalizaciones y justificaciones en este trabajo. Son notorios los distintos caminos y niveles de abstracción a los que llegan estos alumnos: en todos hay por lo menos el intento de sintetizar, justificar. Algunos describen los procedimientos mediante una fórmula simbólica y coloquialmente, escriben ejemplos con números para explicar mejor lo dicho, otros los sugieren a través del uso de herramientas matemáticas como tablas, gráficos, relaciones de igualdad, explicitando puntos notables. No todos logran, como se ha explicitado en el capítulo V, describir el procedimiento más general, (el de la construcción de $a \operatorname{sen}(bx+c)$) y justificarlo, pero siempre hay alguna explicación personal donde se integran conceptos tales como amplitud, período, corrimiento o desfase en descripciones para construir $a \operatorname{sen} x$ ó $\operatorname{sen} bx$. En muchos casos lo resuelven buscando patrones de repetición y luego generalizan. En general no hay dificultades serias en relacionar lo abstracto con lo concreto, más bien parecería que es un problema de ejercitación.

La utilización de lenguaje simbólico es el más desarrollado, posiblemente porque los profesores insistimos en él, en cambio, se observa que no hay costumbre de la utilización del lenguaje coloquial, expresan que este uso “les cuesta”. Los alumnos con estrategias profundas y de logro justifican y explican los procedimientos colo-

quial, simbólicamente y, en ocasiones, con gráficos, aunque no se les pida, en un intento de comprender lo que hacen pero también de obtener mejores resultados en la evaluación. Si se les da la fórmula de resolución, se preocupan por comprenderla pero, en general, en la mayoría de los casos, no intenta descubrir el camino para llegar a ella, la aceptan, la comprenden y la usan.

Expresan que les cuesta seguir las instrucciones del programa, no recuerdan los pasos a seguir, por ejemplo, para graficar varias funciones en la misma pantalla deben volver a leer las instrucciones. Algunos alumnos expresaron dificultades en la utilización del programa porque el razonamiento que ellos hubieran seguido no era la lógica que sigue el programa (ver en Capítulo 6 el uso de software). Incorporan vocabulario de uso del software correctamente.

7.4. Enfoque profundo logro

Los alumnos profundo logro parecen reflexionar mejor sobre ellos mismos en los aspectos de supervisión de su propia tarea: buscan la manera de explicar lo que hacen. Utilizan herramientas metacognitivas con la intención de completar mejor el desarrollo del trabajo, al contrario de los alumnos profundos con tendencia a profundo exclusivo, quienes se preocupan más por responder y resolver justificaciones, descripciones coloquiales. En ellos, las descripciones de procedimientos son creativas, exhaustivas y bien justificadas.

Muestran preocupación por contestar correctamente, son organizados en el uso de materiales que poseen para resolver, las instrucciones y los textos teóricos, es decir, utilizan estrategias de apoyo con regularidad. En algunos casos, la preocupación por colocar la respuesta correcta, la que creen que el docente quiere, puede funcionar como obstáculo para expresar lo que piensa ó para la forma de razonar los problemas.

En síntesis, estos alumnos son capaces de relacionar sus saberes previos con la construcción de nuevos conceptos naturalmente, interpretar y utilizar conceptos desde varios puntos de vista. Utilizan herramientas disciplinares diversas y lenguaje coloquial, simbólico y gráfico. Se suelen expresar con sus propias palabras para justificar y explicar procederes. Elaboran la respuesta a los ejercicios y son exhaustivos en ellas. Utilizan los materiales que se les han brindado y pueden expresar claramente las dificultades que han tenido.

7.5. Enfoque de logro

En estos casos, las estrategias cognitivas difieren según si su tendencia es superficial ó profunda, en ellos, las características son las ya descritas para esos estilos.

Abordan la tarea incrementando la autovaloración manifestada a través de obtener un logro visible como tener completa la tabla de soluciones de los problemas planteados, describir todos los procedimientos pedidos, los alumnos con tendencia superficial responden con ejemplos concretos, numéricos, sin generalizar, los profundos con generalizaciones y justificaciones ya explicitadas.

En general explicitan no haber tenido problemas ni inconvenientes con los conceptos y procedimientos y que el programa no es complicado. El motivo de logro implica la competencia con sus pares asociada a la obtención de buenas calificaciones y buen rendimiento, resuelven todos los problemas y responden todas las preguntas satisfaciendo los requerimientos formales, aunque no estén correctas, lo importante es que estén ordenada y claramente expresadas.

Los alumnos con tendencia profunda utilizan la reflexión y el control sobre su aprendizaje para que sus respuestas sean de mejor calidad. Son organizados en el control del tiempo y el espacio de trabajo, utilizan todos los materiales teóricos e instructivos que se le han facilitado, se comportan como estudiantes modelo. Esto no significa que las respuestas sean correctas, es decir, pueden aparecer escritas en su forma y tener errores conceptuales, ó relatar un procedimiento como un resumen de la teoría tratada ó estar muy bien organizada y justificada.

Están bien organizados desde el comienzo del trabajo, con todos los materiales y además con calculadora. Analizan los procedimientos los describe exhaustivamente, con casos particulares y en general, dando cuenta de procesos de generalización. Justifican lo realizado con herramientas disciplinares. Incorpora en sus explicaciones lenguaje computacional. Son exigentes y esperan mucho de sus profesores. Sus elaboraciones y descripciones de procedimientos son originales y utiliza lenguajes matemáticos acordes. En el proceso de resolución logran incorporar bien conceptos que tenían con errores, caracterizando lo concreto y generalizando en lo abstracto.

Los que tienen tendencia superficial describen todos los procedimientos, en general, sólo llegan a expresiones de tipo simbólico con puntuaciones concretas, para ellos lo importante es satisfacer las indicaciones acerca de las formas, tener todas las respuestas, incluso no reconocen los errores cometidos. Algunos denotan falta de organización en el uso de los materiales para el trabajo que realizan, no buscan las definiciones ni conceptos para justificar las respuestas. No consultan el material teórico, en algunos alumnos hay como una autosuficiencia o autoestima que impide el reconocimiento de sus modos de hacer al lado de dificultades en la reflexión sobre su aprendizaje. Buscan patrones de repetición o esquemas de resolución, comparan y relacionan respuestas similares, procedimientos generales. Se mantienen en un plano muy concreto, de casos particulares. En general no extraen conclusiones por sí mismos, parecen esperar que alguien, el profesor o los compañeros den la respuesta correcta. En algunos casos confunden ó no está claro cuáles son los valores matemáticos que utilizan. Ponen voluntad y completan todo lo que puede para tener la guía contestada. Cometan errores al resolver pero no utilizan el material teórico para cotejar si sus respuestas son correctas o no, si están aplicando bien las definiciones.

En muchos casos, las respuestas aparecen concisas y demasiado sintéticas. No se visualiza el razonamiento que pueda existir en las soluciones. Parece que hay una cierta resistencia ó incompetencia en completar, describir, justificar, generalizar, usar los lenguajes y notaciones matemáticas correctamente, pero se observa que quieren ser aprobados.

7.6. Enfoque de bajo logro

Los alumnos con bajo logro pueden resolver los problemas y encontrar la respuesta perfectamente pero se observa baja autoestima en la competencia con sus pares: "es posible pero me puede resultar difícil".

Se ha encontrado un solo caso con tendencia de bajo logro profunda, no se ha encontrado enfoque de bajo logro con tendencia superficial en esta muestra.

Este alumno responde a lo descrito para los alumnos de tendencia profunda, se puede agregar que sintetiza y generaliza la información explicando en lenguaje coloquial variaciones típicas de los temas tratados a pesar de no explicitar claramente

los procedimientos que realiza y cuando lo hace, se refiere a los pasos particulares dando por sobreentendido que la persona que lea la explicación va a entender. Utiliza lenguaje simbólico y puede trabajar los conceptos desde varios puntos de vista. Considera posible encontrar fórmulas explicativas aunque, dice, le puede resultar difícil.

Conclusión

El uso de software en el aprendizaje de la matemática contiene aspectos relativos al comportamiento estratégico del alumno cuando participa en las tareas propuestas. Éstas han provocado el aprendizaje del manejo del programa para las sentencias utilizadas y los temas matemáticos en la forma descripta y diferenciada según el perfil de cada uno de ellos. A pesar de que ninguno de ellos tenía conocimiento del programa, no se han presentado dificultades con el tiempo dedicado a su aprendizaje y las condiciones en que éste se planteó. Han adquirido familiaridad y experiencia con la tarea encomendada y el grado de complejidad propuesto: los procedimientos puestos en juego implican acciones delimitadas y fáciles de realizar.

Los motivos y objetivos de los alumnos en la resolución de la tarea de aprendizaje son determinantes a la hora de emprenderla y en la obtención de los resultados. Algunos alumnos tienen como meta del aprendizaje el manejo del software, meta que en muchos casos se confunde y entrelaza con el aprendizaje de los contenidos específicos del tema matemático propuesto. En algunos de ellos, la intención del aprendizaje del programa está relacionado con la idea de que éste resuelve "mágicamente" los problemas propuestos, en general, son alumnos con enfoque superficial. En otros, este aprendizaje es utilizado como complemento del aprendizaje de la ciencia en juego, como muchos alumnos de enfoque profundo, y lo utilizan para mejorar aspectos tales como la comprensión, la generalización, la descripción de procedimientos.

Se observó que alumnos con tendencia profunda utilizan estrategias superficiales y de logro, que los conocimientos previos necesarios para el desarrollo de la tarea son determinantes a la hora de plantear y resolver problemas que impliquen niveles de generalización importantes, que los motivos académicos pesan fuertemente a la hora de concluir exitosamente el curso que se había planteado. Los

alumnos con tendencia superficial tienen dificultades para controlar su aprendizaje y reflexionar sobre el mismo, en muchos casos no pueden reconocer los errores que cometen. Los que tienen tendencia de logro hacen la tarea a pesar de todo, los profundos razonando y apropiándose del conocimiento, los superficiales con otras estrategias pero lo hacen.

El uso de software como herramienta para el aprendizaje implica plantear y proponer situaciones didácticas que involucren a éste con el conocimiento puesto en juego para que el alumno pueda desarrollar y construir los contenidos propuestos.

ALGUNAS CONSIDERACIONES ACERCA DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

La existencia de los juegos del alumno con el medio a-didáctico establece precisiones acerca de la función del saber durante el aprendizaje y después del mismo. Como explica Brousseau (1986), los juegos son específicos de cada conocimiento, mediados en este caso particular por la utilización de un programa específico matemático que permitió la representación gráfica de expresiones simbólicas y coloquiales para la referencia a la construcción de los conceptos tratados; conceptos que decodifican las interpretaciones, tanto del alumno como del profesor a la hora de su utilización en la resolución de situaciones o en el planteo de la clase. Pero estos juegos, no son sólo específicos de cada conocimiento, sino también de cada alumno en relación al estilo de aprendizaje que posea. En este sentido, y como consecuencia de estas construcciones se cometen errores relacionados con la deformación en la conceptualización de dichos objetos. Desde este marco, se ha podido analizar la conducta de los estudiantes relacionadas con sus maneras de aprender, sus procesos de construcción, de elaboración y síntesis con la experimentación que surge en la interacción del sujeto con los medios.

El modo en que el docente presenta situaciones de referencia de los conceptos tratados, produce alteraciones de significado entre el saber "sabio" y el que aprende el alumno, que no sólo dependen de lo que plantea el docente sino de lo que interpreta, elabora, generaliza el alumno; donde intervienen los conocimientos y adquisiciones parciales de otros conceptos previos. Estos conceptos necesitan ser trabajados, reelaborados, abordados en situaciones diferentes, rectificados, aclarados, pues los saberes que el alumno obtiene al comprender, son diferentes de aquellos que se pretende enseñar y diferentes también del sentido que se le quiere dar en ese momento. Las distinciones que se establecen entre el saber teórico: la definición; y el saber práctico: la muestra sobre el gráfico en la pizarra, la respuesta a una tabla de valores, las interpretaciones concretas coloquiales, etc., son una consecuencia de la dificultad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de este saber que se realiza conforme al criterio del docente. El análisis realizado bajo la mirada de la didáctica de la matemática permitió la investigación de las relaciones entre los aspectos situacionales, el contexto, la cultura y las conductas

cognitivas de los alumnos y de los profesores. La observación y caracterización de las conductas cognitivas de los estudiantes diferenciada según los estilos de aprendizaje que utilizan, posibilitaron la detección de obstáculos didácticos relativos al aprendizaje de conceptos matemáticos que están en el sistema y que pueden evitarse conociendo cómo y porqué se producen y las maneras de aprender de los mismos.

Las presentaciones didácticas y sus funciones dejan o quitan el valor al aprendizaje de los contenidos. Este hecho se observa en el caso de las aplicaciones de la operatoria con números, las aproximaciones, la utilización de definiciones, las lecturas de gráficos, las interpretaciones de contenidos, ejemplos y respuestas. Las prácticas para “facilitar” el conocimiento son notorios ejemplos de la enseñanza de la matemática en las escuelas: en el estudio de los conjuntos numéricos se trabajan con más intensidad los números positivos que los negativos, los alumnos no están familiarizados con palabras tales como justificar, generalizar, entre otros. La enseñanza de la técnica en lugar del conocimiento integrado se muestra en la repetición constante de los procedimientos sin buscar caminos alternativos. Las situaciones a-didácticas propuestas, en lo que concierne al significado de los conocimientos en juego, dan al discurso del docente un sentido y un lugar suficiente para el aprendizaje, pero, como se ha visto, provoca en ciertos casos el fracaso de la construcción del concepto o su parcialización en un aspecto solamente. En este sentido, la “vigilancia epistemológica” ejercida por el docente puede visualizar y corregir errores e interpretaciones en las construcciones mencionadas.

La forma en que se planteó el curso y los instrumentos diseñados permitieron establecer algunas líneas de indagación, tales como la conciencia del alumno del uso de estrategias y sus posibles relaciones con el contenido; la tendencia a usar determinado tipo de estrategia para encarar contenidos según la finalidad de conocimiento del mismo; las relaciones entre las estrategias que utiliza el alumno y los conocimientos previos en matemática y computación; las relaciones entre las estrategias que utiliza y los resultados del aprendizaje.

Se logró registrar la red de relaciones que ponen en juego los estudiantes, los conceptos matemáticos que utilizan, los intentos de generalización, el uso de los conceptos teóricos y definiciones propias de ese saber, la reflexión sobre sus “maneras de aprender”. Esta indagación sobre los procesos de aprendizaje registró los sucesos en su evolución, en un estado de progreso constante, observando las

situaciones e indagando los juicios, interpretaciones y perspectivas de los participantes, tanto desde la construcción de los conocimientos matemáticos como desde las estrategias que ellos desarrollan. Los datos e informaciones que aparecieron se contrastaron desde la perspectiva de los diferentes grupos de sujetos implicados y las interpretaciones de los estudiantes reflejaron sus "maneras" de construir el conocimiento estableciendo un proceso de triangulación entre sus diferentes trabajos. Como consecuencia se produjo una múltiple apertura: conceptual: hacia resultados y acontecimientos no previstos o imprevisibles; de enfoque: con la recogida de datos tanto sobre procesos como producto; metodológica: donde se incluyeron procedimientos informales, donde se recogieron opiniones e interpretaciones de los estudiantes implicados en el proyecto.

Podemos afirmar que los resultados obtenidos confirman la existencia de una estrecha relación entre el dispositivo didáctico diseñado, los resultados del aprendizaje y los estilos y estrategias que desarrollan los estudiantes. Este estudio ha contribuido al conocimiento de las estrategias de enseñanza aplicadas al estudio de la matemática con software, así como también a la comprensión de las relaciones entre las estrategias que utilizan los alumnos y los procesos de aprendizaje que desarrollan al aprender matemática.

Integrar los enfoques de la didáctica de la matemática y de la psicología cognitiva permitió además, caracterizar el tratamiento, reconocimiento y utilización de contenidos previos; el aprendizaje del manejo del software, las técnicas, la incorporación de lenguaje o palabras del mismo y la aparición de obstáculos en su manejo; la utilización de lenguajes matemáticos tales como el coloquial, el simbólico y el gráfico. También se ha puesto de manifiesto la incidencia de la motivación de los estudiantes, del control sobre el propio aprendizaje, sus actividades de planificación, supervisión y evaluación y otras estrategias como control del tiempo, del esfuerzo y la atención.

La utilización del software como mediador entre el saber a enseñar y el saber a aprender, brinda posibilidades diferenciadas en el tratamiento de los conceptos en el aula. Se favorece el desarrollo de los procesos lógicos, constructivos, complejos que la didáctica puede captar discriminando los obstáculos argumentativos de estudiantes y docentes. A su vez, la psicología aporta el conocimiento de las diferentes maneras en que esos procesos lógicos y complejos cambian según el

sujeto que aprende, según las características del contexto y los dispositivos de enseñanza.

En definitiva, postulamos que son múltiples las maneras en que se puede tratar el saber en el aula y que la utilización del software en la clase de matemática, brinda posibilidades muy interesantes cuando los profesores elaboramos las propuestas para nuestros alumnos.

BIBLIOGRAFÍA

- ❖ Adams, A., Carnine, D., y Gersten, R. (1985). Estrategias de instrucción para el estudio de textos disciplinares en los grados intermedios. *Infancia y Aprendizaje*, 31-32(3-4), 109-128.
- ❖ Albert H. José Armando (1996). La convergencia de series en el nivel superior. Una aproximación sistémica. Tesis doctoral. México: CINVESTAV-IPN.
- ❖ Amidon, E.J. and Hunter, E. (1966): *Improving teaching: Analysing Verbal Interaction in the Classroom*, N.Y., Holt, Rinehartand Winston.
- ❖ Anderson, H.H. (1939): "The measurement of domination and socially integrative behaviour in teachers' contact with children", *Child Development*, 10, 73-89.
- ❖ Anderson, J.R. (1976). *Language, memory and thought*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Anderson, J.R. (1982). Acquisition of cognitive skills. *Psychological Review*, 89, 369-406.
- ❖ Anderson, J.R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge: Harvard University Press.
- ❖ Anderson, J.R. (1986). Knowledge compilation: The general learning mechanism. En R. Michalski, J. Carbonell y T. Mitchell (Eds.), *Machine learning II: An artificial intelligence approach*. Los Altos: Kaufman.
- ❖ Anderson, J.R. (1990). *Cognitive Psychology* (3ª ed.). San Francisco: Freeman.
- ❖ Anderson, R.C. y Faust, G.W. (1977). *Psicología educativa*. México: Trillas.
- ❖ Anderson, R.C., Spiro, R.J., y Montague, W.E. (Eds.). (1977). *Schooling an the acquisition of knowledge*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Ass.
- ❖ Anderson, T.H. (1979). Study skills and learning strategies. En H.F. O'Neil y C.D. Spielberger (Eds.), *Cognitive and affective learning strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Armbruster, B., y Anderson, T.H. (1981). Research synthesis on study skills. *Educational Leadership*, 39, 154-156.
- ❖ Artigue, M. (1989). Ingenierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 9, n. 3, pp. 281-308.
- ❖ Atkinson, R.C. (1975). Mnemotechnics in second-language learning. *American Psychologist*, 30, 828-921.
- ❖ Atkinson, R.C. y Shiffrin, R.M. (1971). The control of short-term memory. *Scientific American*, 225, 82-90.
- ❖ Ausubel, D.P. (1963). *The Psychology of Meaningful verbal and learning*. New York: Grune and Stratton.
- ❖ Ausubel, D.P. (1968). *Educational Psychology: A cognitive view*. New York: Holt. (Trad. español: *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas).
- ❖ Balacheff, N. (1990a). Future perspectives for research in the psychology of mathematics education. En: P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- ❖ Balacheff, N. (1990b). Beyond a psychological approach: the Psychology of Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 10, 3, p. 2-8.

- ❖ Balacheff, N. (1990c). Towards a problématique for research on mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 21, n. 4, pp. 258-272.
- ❖ Bandura, A. (1976). *Social learning theory*. New York: Prentice-Hall.
- ❖ Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and actions: a social cognitive theory*. New York: Prentice-Hall.
- ❖ Bartlett, F.C. (1932). *Remembering: A study in experimental and social Psychology*. Cambridge: Cambridge University Press.
- ❖ Bellack, A. (1978). "Competing ideologies in Research on teaching". *Upsala reports on Education I*, Upsala University.
- ❖ Beltrán, J. (1993). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Síntesis Psicología.
- ❖ Beltrán, J. (1995). Conocimiento, pensamiento e interacción social. En C. Genovard, J. Beltrán y F. Rivas (Eds.), *Psicología de la Instrucción. Vol. III*. Madrid: Síntesis Psicología.
- ❖ Benedito, V. (1987). *Introducción a la Didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular*. Barcelona: Barcanova.
- ❖ Berliner, D.C. (1980): "Using Research on Teaching for the improvement of classroom Practice", *Theory into practice*, 19, 4.
- ❖ Bertalan, L.V. (1976): *Teoría General de los sistemas*". FCE México.
- ❖ Biggs, J. (1988). Approaches to learning an to essay writing. En R.Schmeck (Ed.), *Learning strategies and learning styles*. New York: Plenum Press.
- ❖ Biggs, J.B. (1976a). Dimensions of study behavior: Another look at A.T.I. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 68-80.
- ❖ Biggs, J.B. (1976b). Faculty patterns in study behaviour. *Australian Journal of Psychology*, 22(2), 161-174.
- ❖ Biggs, J.B. (1979). Individual differences in study processes and the quality of learning outcomes. *Higher Education*, 8, 381-394.
- ❖ Biggs, J.B.(1978). Individual and group differences in study processes. *British Journal of Educational Psychology*, 48, 266-279.
- ❖ Bousfield, W.A. (1953). The occurrence of clustering in the recall of randomly arranged associates. *Journal of General Psychology*, 49, 229-240.
- ❖ Bronfenbrenner, U. (1976): "The Experimental Ecology of Education", *Educational Researcher*, oct., 1976.
- ❖ Bronfenbrenner, U. (1979): *The ecology og Human Developmant*. Harward v. Prs. Cambridge.
- ❖ Brophy, J. D. and Evertson (1976): *Learning from Teaching*, Boston, Allin and Bacon.
- ❖ Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problèmes en mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4, n. 2, pp. 165-198.
- ❖ Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, n. 2, pp. 33-115. Existe traducción realizada en la FAMAF, UNC, por Dilma Fregona y Facundo Ortega. Serie B: Trabajos de matemática, N° 19/93. Córdoba, Argentina
- ❖ Brousseau, G. (1988). Utilité et interet de la didactique pour un professor de college. *Petit x*, n. 21, pp.47 - 68. [Traducción castellana en la revista Suma, n. 4 y 5].

- ❖ Brousseau, G. (1989). La tour de Babel. Etudes en Didactique des Mathématiques. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux.
- ❖ Brower, W.F. y Nakamura, C.V. (1984). The nature and function of schemas. En R.S. Wyer y T.K. Srull (Eds.), *Handbook of social cognition. Vol. 1*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Brown, A. L. (1978). Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. En R. V. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- ❖ Brown, A.L., Bransford, J.D., Ferrara, R.A. y Campione, J.C. (1983). Learning, remembering and understanding. En F. Flavell y E.M. Markman (Eds.), *Handbook of child psychology. Cognitive development*. New York: Wiley.
- ❖ Bruner, J. (1977). *El proceso mental en el aprendizaje*. Madrid: Narcea.
- ❖ Bruner, J., Goodnow, J.J. y Austin, G.A. (1956). *A study of thinking*. New York: Wiley.
- ❖ Bunge, M. (1973): *La investigación científica*. Ariel, Barcelona.
- ❖ Bunge, M. (1980): *A World of Systems*, Reidel Dordrech, Holland.
- ❖ Bunge, M. (1985a). Epistemología. Barcelona: Ariel.
- ❖ Bunge, M. (1985b). Pseudociencia e ideología. Madrid: Alianza.
- ❖ Burkhardt, H. (1988). The roles of theory in a 'sistemas' approach to mathematical education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, n.5, pp. 174-177.
- ❖ Cano, F. (1997). Intervención en estrategias de aprendizaje. En M.Moreno (Ed.), *Intervención psicoeducativa en las dificultades de desarrollo* (pp. 305-337). Barcelona: Ariel.
- ❖ Cano, F., and Justicia, F. (1994). Learning strategies, styles and approaches: an analysis of their interrelationships. *Higuer Education*, 27, 239-260.
- ❖ Cano, F., y Justicia, F. (1988). Las Estrategias de aprendizaje: estado de la cuestión. *Revista de Educación Universidad de Granada*. 2, 89 - 106.
- ❖ Cano, F., y Justicia, F. (1993). Factores Académicos, Estrategias y Estilos de Aprendizaje. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 46, 89-99.
- ❖ Cano, F. (1997). Intervención en estrategias de aprendizaje. En M.Moreno (Ed.), *Intervención psicoeducativa en las dificultades de desarrollo* (pp. 305-337). Barcelona: Ariel
- ❖ Centeno, J. (1988). Números decimales. (Nº 5 Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje). Madrid: Síntesis.
- ❖ Cermack, L.S. y Craik, F.I.M. (1979). *Levels of processin in human memory*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Chalmers, A.F. (1986) ¿Qué es esa cosa llamada ciencia?. Madrid: Siglo XXI.
- ❖ Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- ❖ Chevallard, Y. (1989) Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. Actas del Seminario de Grenoble. IREM Université de Grenoble.
- ❖ Chevallard, Y. y Johsua, M.A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 3, n. 1, pp. 159-239.
- ❖ Cicourel, A. W. (1970): "The adquisition of Social Structure. Toward a Developmental Sociology of Language and Meaning", in Douglas, J. : *Understanding Everyday, life*. Aldine. Chicago.

- ❖ Collins, A.M. y Quillian, M.R. (1969). Retrieval time from semantic memory. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 8, 240-247.
- ❖ Cook, L. K., y Mayer, R. E. (1983). Reading strategies for meaningful learning from prose. En M. Pressley y J. R. Levin (Eds.), *Cognitive strategy research. Educational applications*. New York: Springer-Verlag.
- ❖ Cook, L.K. (1982). *The effects of text structure on the comprehension of scientific prose*. Unpublished doctoral dissertation, University of California, Santa Barbara.
- ❖ Craik, F.I.M. (1977). Depth of processing in recall and recognition. En S.Dornic (Ed.), *Attention and performance (Vol. 6)*. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Ass.
- ❖ Craik, F.I.M. y Lockhart, R.S. (1972). Levels of processing: A framework for memory research. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 12, 599-607.
- ❖ Craik, F.I.M. y Tulving, E. (1975). Depth of processing and the retention of words in episodic memory. *Journal in Experimental Psychology: General*, 104, 268-294. (Trad. español en *Estudios de Psicología*, 2, 110-146)
- ❖ Craik, F.I.M., y Tulving, E. (1975). Depth of processing and retention of words in episodic memory. *Journal of Experimental Psychology: General*, 104, 268-294.
- ❖ Crocker, J., Fiske, S.T. y Taylor, S.E. (1984). Schematic bases of belief changes. En J.R. Eiser (Ed.), *Attitudinal judgment*. New Yor: Springer Verlag.
- ❖ Cronbach, L. (1975): "Beyond the two disciplines of Scientific psychology ". *American Psychologis*, 30, 116-127.
- ❖ Cronbach, L. and Snow, R. E. (1977): *Aptitude and Instructional Methods*, N.Y., Irving Publ.
- ❖ Dansereau, D. F. (1985). Learning strategy research. En J. W. Segal, S. F. Chipman y R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills: Vol 1. Relating instruction to research*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Ass, Inc.
- ❖ Dansereau, D.F., McDonald, B.A., Collins, K.W., Garland, J., Holley, C.D., DIEKHOFF, G.M., y Evans, S.H. (1979). Evaluation of a learning strategy System. En H.F.O'Neil y C.D. Spielberger (Eds.), *Cognitive and affective learning strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Davis, R.B. (1984). Learning mathematics: the cognitive science approach to mathematics education. London: Croom Helm.
- ❖ Delgado Rubí, J. R., (1998) "Algo sobre la resolución de problemas", en: "Cuestiones de didáctica de la matemática, Conceptos y procedimientos en la educación polimodal y superior. H.H. Fernández, J.R. Delgado Rubí, B. Fernández de Alaíza. Homo Sapiens, Serie educación. Rosario, Argentina, 1998.
- ❖ Derry, (1990). Learning strategies for acquiring useful knowledge. En D.F. Jones e I. Lorna (Eds), *Dimensions of thinking and cognitive instruction*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Derry, S. (1988-89). Putting learning strategies to work. *Educational Leadership*, 46(4), 4-10.
- ❖ Derry, S. J., y Murphy, D. A. (1986). Designing systems that train learning ability: from theory to practice. *Review of Educational Research*, 56(1), 1-39.
- ❖ Di Vesta, F.J. (1987). The cognitive movement and Education. En J.A. Glover y R.R. Ronning (eds.), *Historical foundations of Educational Psychology*. New York: Plenum Press.

- ❖ Di Vesta, F.J. (1989). Applications of cognitive psychology to education. En M.C. Wittrock y F. Farley (eds.), *The future of Educational Psychology*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Diaz, D. (1984). *The identification of approaches to learning adopted by Venezuelan university students*. Unpublished M. Sc. Thesis, University of Wales Institute of Science and Technology, Cardiff.
- ❖ Dillon, W. R., and Goldstein, M. (1984). *Multivariate data analysis. Methods and applications*. New York: John Wiley & Sons.
- ❖ Dixon, W. J. (Ed.) (1985). *BMDP Statistical Software*. Berkeley, CA: University of California Press.
- ❖ Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, n. 2, pp. 5-31.
- ❖ Doyle, W. (1977a): "Learning the Classroom Environment: An Ecological Analysis", *Journal of Teacher Education*, 28 (6), 51-55.
- ❖ Doyle, W. (1977b): *The Uses of Nonverbal Behaviors: Towards an Ecological Model of Classrooms*. *Merril-Palmer Quarterly*, 23, 179-192.
- ❖ Doyle, W. (1978): *Student Mediating Responses in Teaching Effectiveness*, Final Report, Deuton TX, North Texas State Univ.
- ❖ Doyle, W. (1979b): "Classroom Effects", *Theory into Practice*, 18,3, 138-144.
- ❖ Dunkin, M. and Biddle, B. (1975): *The Study of Teaching*. N. Y., Holt, Rinehart and Winston.
- ❖ Eanet, M. (1978). An investigation of the REAP reading/study procedure: Its rationale and efficacy. En P. E. Pearson y J. Hansen (Eds.), *Reading: Disciplined inquiry in process and practice*. Clemson, SC: National Reading Conference.
- ❖ Edelman, J., y cols., 1986, "Informática en la escuela", EUDEBA, Bs. As.
- ❖ Eich, J.E. (1985). Levels of processing, encoding specificity elaboration, and CHARM. *Psychological Review*, 92, 1-38.
- ❖ Entwistle, N. J. (1985, July). *A model of the teaching-learning process derived from research on student learning*. Paper presented at the international conference of cognitive processes in student learning. University of Lancaster, Lancaster, England.
- ❖ Entwistle, N. J. (1988). Motivational factors in students' approaches to learning. En R. R. Schmeck (Ed.), Learning strategies and learning styles. New York: Plenum Press.
- ❖ Entwistle, N. J. (1988). Motivational factors in students' approaches to learning. In R.R. Schmeck (Ed.), *Learning strategies and learning styles*. New York: Plenum Press.
- ❖ Entwistle, N. J., Hanley, M., y Hounsell, D.J. (1979b). Identifying distinctive approaches to studying. *Higher Education*, 8, 365-380.
- ❖ Entwistle, N. J., Hanley, M., y Ratcliffe, G. (1979a). Approaches to learning and levels of understanding. *British Journal of Educational Research*, 5, 99-114.
- ❖ Entwistle, N. J., y Waterston, S. (1988). Approaches to studying and levels of processing in university students. *British Journal of Educational Psychology*, 58, 258-265.
- ❖ Entwistle, N., y Tait, H. (1990). Approaches to learning, evaluations of teaching, and preferences for contrasting academic environments. *Higher Education*, 19, 169-194.

- ❖ Entwistle, N., y Entwistle, D. (1970). The relationship between personality, study methods and academic performance. *British Journal of Educational Psychology*, 40, 132-141.
- ❖ Entwistle, N.J., y Ramsden, P. (1983). *Understanding student learning*. London: Croom Helm.
- ❖ Entwistle, N.J., Thompson, J.B., y Wilson, J.D. (1974). Motivation and study habits. *Higher Education*, 3, 379-396.
- ❖ Entwistle, N.J., y Wilson, J.D. (1977). *Degrees of excellence: the academic achievement game*. Londres: Hodder and Stoughton.
- ❖ Ertmer, P.A., Y Newby, T.J. (1996). The expert learner: strategic, self-regulated, and reflective. *Instructional Science*, 24, 1-24.
- ❖ Fey, J.T. (1980). Mathematics education research on curriculum and instruction. En: R.J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education*. Reston, VA: N.C.T.M.
- ❖ Fiedler, M. L. (1975): "Directionality of Influence in Classroom Interaction". *Journal of Educational Psychology*, 67, 735-744.
- ❖ Filby, N.N. et.al. (1977) *Descriptions of Distributions of ALT Within and across Classes during the A-B Period*, Technical notes, IV - !a, B.T.E.S., S. Francisco.
- ❖ Finke, R.A. (1989). *Principles of mental imagery*. Cambridge: Bradford.
- ❖ First Handbook of Research on Theaching: Gage, N.L. (1976): *The Psychology of Theaching Methods*, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois.
- ❖ Fischbein, E. (1990). Introduction (Mathematics and Cognition). En: P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- ❖ Fisher, C. W. et al. (1978) "Teaching and Learning in the Elementary Schools". *Summary of the B.T.E.S.*, Repori VII, 1S. Francisco, California.
- ❖ Flanders, N. A., (1970). *Analyzing teache a behavior*. Reading, class: Addison Wesley.
- ❖ Flavell, J. (1977). *El desarrollo cognitivo*. Madrid: Visor.
- ❖ Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence*. Hillsdale, N. J.: LEA.
- ❖ Flavell, J. H. (1981). Cognitive monitoring. En W. P. Dickson (Ed.), *Children's oral communication skills*. New York: Academic Press.
- ❖ Flavell, J.H., Beach, D.R. y Chinsky, J.M. (1966). Spontaneous verbal rehearsal in memory task as a function of age. *Child Development*, 37, 324-340.
- ❖ Flavell, J.H., Friedrichs, A.F., y Hoyt, J.D. (1970). Developmental changes in memorization processes. *Cognitive Psychology*, 1, 324-340.
- ❖ Flavell John (1993). *La psicología evolutiva de Jean Piaget*. Barcelona: Paidós, 8ª edición.
- ❖ Fransson, A. (1977). On qualitative differences in learning. IV. - Effects of motivation and test anxiety on process and outcome. *British Journal of Educational Psychology*, 47, 244-257.
- ❖ Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- ❖ Fundación Archivos Jean Piaget (1986). *Construcción y validación de las teorías científicas*. Argentina: Paidós.
- ❖ Furinghetti, F. (Ed.) (1991). *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceeding Fifteenth PME Conference*. Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova. Italia.

- ❖ Gadzella, B. M., Ginther, D. W., & Williamson, J. D. (1986). Differences in learning processes and academic achievement. *Perceptual and Motors Skills*, 62, 151-156.
- ❖ Gage, N. L., (1976), *The Psychology of Teaching Methods*, Univ. of Chicago Press. Chicago, Illinois.
- ❖ Gagne, E.D. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Glenview: Scott, Foreman and Company. (Trad. español: *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar*. Madrid: Visor).
- ❖ Gagne, R.M. (1973). Learning and instructional sequence. *Review of Research in Education*, 1, 3-33.
- ❖ Gagne, R.M. (1985). *The conditions of learning*. New York: Holt. (Trad. español: *Las condiciones del aprendizaje*. México: Interamericana)
- ❖ Garner, R. (1988). Verbal-report data on cognitive and metacognitive strategies. En C. E. Weinstein., E. T. Goetz y P. A. Alexander (Eds.), *Learning and study strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Gardner Howard (1988). La nueva ciencia de la mente, Historia de la revolución cognitiva. Barcelona: Eds. Paidós.
- ❖ Gardner H. (1995): "Inteligencias Múltiples". España. Paidós.
- ❖ Genovard, C. y Gotzens, C. (1990). Psicología de la instrucción. Madrid: Santillana.
- ❖ Gergen, K.L. (1988). Knowledge and verbal processes. En D. Bar-Tal y A. Kruglanski (Eds.), *The Social Psychology of Knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press.
- ❖ Getzel, J. W. and Telen, H.A. (1975) "A conceptual Framework for the Study of the Classroom Group as a Social System", en Morrison, A. and McEntyere, D.: *The social Psychology of Teaching*, Penguin Books, London.
- ❖ Gimeno Sacristán, J. (1986). Teoría de la enseñanza y desarrollo del currículo. Madrid: Anaya.
- ❖ Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills: Vol 1. Relating instruction to research*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Ass, Inc.
- ❖ Glaser, R. y Bassok, M. (1989). Learning theory and the study of instruction. *Annual Review of Psychology*, 40, 631-666.
- ❖ Glaser, B. and Strauss, A. (1967) The discovery of grounded Theory: strategies for qualitative research. Aldine de Gruyter, New York.
- ❖ Godino, J.D. (1990). Concepciones, problemas y paradigmas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Sevilla: Soc. Thales.
- ❖ Goldman, R., y Warren, R. (1972, April). *Configuration in discriminant space: a heuristic approach to study techniques*. Paper presented at the meeting of the Western Psychological Association. Portland.
- ❖ González, R. M. (1983). *La influencia de la naturaleza de los estudios universitarios en los estilos de aprendizaje de los sujetos*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Psicología.
- ❖ Gordon, M. (1989). *Learning and Memory*. Pacif Globe. Books/Cole, C.A.
- ❖ Harnischfeger, A. and Wiley, D.E. (1976) "Theaching-Learning Processes in Elementary School: A Sinoptic View", *Curriculum Inquiry*, 6, 5-43.
- ❖ Haynes, N.M., Comer, J.P., Hamilton-Lee, M., y Boger, J. (1987). Differences among high, average, and low high school achievers on the learning and study strategies inventory. *Educational and Psychological Research*, 7(2), 65-71.

- ❖ Hernandez, P. F. (1986). Formalización de la técnicas de estudio: nuevos enfoques. *Revista de Investigación Educativa*, 4(8), 149-172.
- ❖ Hernández, P., y García, L. (1989). Enfoques, métodos y procesos en psicología del estudio. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 42(1), 35-42.
- ❖ Hernández, P., y García, L. (1991). *Psicología y enseñanza del estudio*. Madrid: Pirámide.
- ❖ Higginson, W. (1980). On the foundations of mathematics education. For the Learning of Mathematics, Vol. 1, n.2 pp. 3-7.
- ❖ Hinge, F., 1969, "La enseñanza programada". Ed. Kapelusz, Bs. As.
- ❖ Hounsell, D. (1979). Learning to learn: research and development in student learning. *Higher Education*, 8, 453-469.
- ❖ Howard, D.V. (1983). *Cognitive psychology: memory, language and thought*. New York: MacMillan.
- ❖ Howe, M.J.A. (1984). *A Teachers' Guide to the Psychology of Learning*. Oxford: Blackwell Publisher Limited. (Trad. español: *Psicología del aprendizaje. Cómo enseñar a los niños la forma de aprender*. Barcelona: Planeta, Nueva Paideia).
- ❖ Inhelder B. (1975). *Aprendizaje y estructura del conocimiento*. Madrid: Eds. Morata.
- ❖ Jackson, Ph. W. (1980): "The Way Theaching is", in Bennet, N. and Mc Namara, D.: *Focus on Theaching*.
- ❖ Kember, D., y Gow, L. (1989). A model of student approaches to learning encompassing ways to influence and change approaches. *Instructional Science*, 18, 263-288.
- ❖ Kemmis, S. (1986). *El currículum: más allá de la teoría de la reproducción*. Madrid. Morata.
- ❖ Khun, (1976): *La estructura de las revoluciones científicas*.
- ❖ Kilpatrick, J. (1985). Reflection and recursion. *Educational Studies in Mathematics*, pp. 1-26.
- ❖ Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. Proc. 11th Conference PME. Montreal, p. 3-23.
- ❖ Kimble, G.A. (1971). *Conducta y aprendizaje*. México: Trillas.
- ❖ Kirby, J. R. (1988). Style, strategy, and skill in reading. En R. R. Schmeck (Ed.), *Learning strategies and learning styles*. New York: Plenum.
- ❖ Klein, S. (1971): "Student Influence on Teacher Behavior". *American Educational Research Journal*, 1971, 8, 403-421.
- ❖ Klein, S.B. (1994). *Aprendizaje. Principios y aplicaciones*. Madrid: MacGraw-Hill, Interamericana de España (2ª ed.).
- ❖ Koehler, V. (1979): "The Future of Teaching Preparation and Research on Teaching". *Theory into Practice*, 18, 3.
- ❖ Kolb, D. A. (1976). *The learning style inventory: Technical Manual*. Boston: McBer.
- ❖ Kolb, D.A. (1984). *Experiential learning. Experience as the source of learning and development*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, Inc.
- ❖ Kossilyn, S.M. (1980). *Image and mind*. Harvard: Harvard University Press.
- ❖ Kuhn and Lakatos to examine four foundational issues. For the Learning of Mathematics Vol. 8, n. 2, pp. 36-43.
- ❖ Kuhn, T.S. (1975). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: F.C.E.

- ❖ Laborde, C. (1989). Audacity and reason: French research in Mathematics Education. For the Learning of Mathematics, Vol. 9, n. 3, pp. 31-36.
- ❖ Lakatos, I. y Musgrave, A. (1975). La crítica y el desarrollo del conocimiento. Barcelona: Grijalbo.
- ❖ Lawton, D. (1975): "The Social Climate of Children's Groups", in Baker, R. G.; Kounin, J. S. and Wright, H. F.: *Child Behavior and Development*, N. Y., MacGraw Hill.
- ❖ Leinhardt, g., y Putnam, R. T. (1987). The skill of learning from classroom lessons. *American Educational Research Journal*, 24(4), 557-587.
- ❖ Lektorski W. A. (1980). Teoría del conocimiento y marxismo, México: Ediciones "taller abierto".
- ❖ Levin, J.R. (1976). What have we learned about maximizing what children learn?. En J.R. Levin y J.L. Allen (Eds.), *Cognitive learning in children: Theories and strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Lippit, and White (1943) "The social climate of children's Groups", in Baker, R. G.; Kounin, J. S. and Wright, H. F.: *Child Behavior and Development*, N. Y., MacCraw Hill.
- ❖ Llinares, S. y Sanchez, M.V. (1990). El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas. En: S. Llinares y M.V. Sanchez (Eds), *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- ❖ MacKeach (1974): "The Decline and Fall of the laws of learning. *Educational Researcher* 3(3) 7-11.
- ❖ Marton, D.J. Hounsell and N. J. Entwistle (Eds.), *The experience of learning*. Edinburg: Scottish Academic Press.
- ❖ Marton, F. (1975). On non-verbatim learning. II - *The erosion effect of a task-induced learning algorithm*. Reports from the Institute of Education, University of Gothenburg, nº 40.
- ❖ Marton, F., Dall'Alba, G., y Beaty, E. (1993). Conceptions of learning. *International Journal of Educational Research*, 19(3), 277-300
- ❖ Marton, F., y Säljö, R. (1976a). On qualitative differences in learning:1.Outcome and process.. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 4-11.
- ❖ Marton, F., y Säljö, R. (1976b). Learning processes and strategies. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 115-127.
- ❖ Marton, F., y Säljö, R. (1984). Approaches to learning. In F. Marton, D. J. Hounsell y N. J. Entwistle (Eds), *The experience of learning*. Edinburg: Scottish academic Press. M
- ❖ Marx. M.H. (1976). *Procesos de aprendizaje*. México: Trillas.
- ❖ Mayer, R. E. (1987). *Educational Psychology. A cognitive approach*. Boston: Little, Brown & Company.
- ❖ Mayer, R.E. (1992). Cognition and Instruction: Their historic meeting within Educational Psychology. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 405-412.
- ❖ Mayer, R.E., y Cook, L.K. (1980). Effects of shadowing on prose comprehension and problema solving. *Memory and Cognition*, 8, 101-109.
- ❖ Mayor, J. y Moñivas, A. (1992). Representación e imágenes mentales: I. La representación mental. En J. Mayor y J.L. Pinillos (Eds.), *Tratado de Psicología General. Vol. IV: Memoria y representación*. Madrid: Alhambra.
- ❖ Mayor, J., Suengas, A. y González, J. (1993). *Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid: Síntesis Psicología.

- ❖ Medley, D. (1980): *Teacher Competence and Teacher Effectiveness. A Review of Process-Product Research*. AACTE Washington.
- ❖ Mehan, H. and Wood, H. (1975): *The reality of Ethnomethodology*, N. Y. Wiley.
- ❖ Meichenbaum, D., y Asarnov, J. (1979). Cognitive-behavior modification and metacognitive development: implication for the classroom. En P.C' Kendall y S.D. Hollan (Eds.), *Cognitive behavioral interventions. Theory research and procedures*. New York: Academic Press.
- ❖ Melton, A.W., y Martin, E. (Eds.). (1972). *Coding processes in human memory*. Washington, D.C: Winston & Sons.
- ❖ Merrit, S. L., y Marshall, J.C. (1984). Reliability and construct validity of ipsative and normative forms of the learning style inventory. *Educational and Psychological Measurement*, 44, 463-472.
- ❖ Minnick Santa, C. Y Alvermann, D. Compiladores "Una didáctica de las ciencias. Procesos y aplicaciones". Aique Didáctica. Capital Federal. Argentina. 1994.
- ❖ Moreno, A. (1979). *Perspectivas psicológicas sobre la conciencia. Su desarrollo en relación con la acción*. Madrid: Ediciones de la Universidad Autónoma.
- ❖ Mosterín, J. (1987). *Conceptos y teorías en la ciencia*. Madrid: Alianza Universidad.
- ❖ Newell, A. y Simon, H. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- ❖ Nie, N. H. (Ed.) (1975). *SPSS. Statistical package for the Social Sciences*. (2ª Ed.). New York: McGraw-Hill.
- ❖ Nisbet, J., y Shucksmith, J. (1987). Estrategias de aprendizaje. Madrid: Santillana.
- ❖ Noble, C. G. and Nolan, J. D. (1976): "Effects of Student Verbal Behavior and Classroom Teacher Behavior", *Journal of Educational Psychology*, 68, 342-346.
- ❖ Nuthall, G. A. (1974): "Is Classroom Interaction Research Worth the Effort Involved?", *New Zealand Journal of Educational Studies*, 9, 1-17.
- ❖ Olivé León (1991), *Cómo acercarse a la filosofía*, México: Ed. Limusa
- ❖ O'Neil, H.F., y Spielberger, C.D. (1979). *Cognitive and affective learning strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ O'Neil, H.F. Jr. (1978). *Learning strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Orton, A. (1988). *Learning mathematics. Issues, theory and classroom practice*. London: Cassel. [Traducción castellana: "Didáctica de las Matemáticas". Madrid: MEC y Morata, 1990].
- ❖ Orton, A. (1990). Two theories of "theory" in Mathematics Education: using
- ❖ Paivio, A. (1971). *Imagery and verbal processes*. New York: Holt, Rinehart y Winston.
- ❖ Paivio, A. (1986). *Mental representation: A dual coding approach*. New York: Oxford University Press.
- ❖ Palmer, D.J., y Goetz, E. T. (1988). Selection and use of study strategies: the role studier's beliefs about self and strategies. En C. E. Weinstein., E. T. Goetz y P. A. Alexander (Eds.), *Learning and study strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Paris, S.G., Lipson, M.Y. y Wixson, K.K. (1983). Becoming a strategies reader. *Contemporary Educational Psychology*, 8, 293-316.

- ❖ Pask, G. (1976). Styles and strategies of learning. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 128-148.
- ❖ Pask, G., y Scott, B.C.E. (1972). Learning strategies and individual competence. *International Journal of Man-Machines Studies*, 4, 217-253.
- ❖ Pastor, E. y Camps, M. (1989). Efectos de la organización del contenido según la estructura de la historia en procesos de enseñanza aprendizaje en ciencias naturales. *Infancia y Aprendizaje*, 47, 83-100.
- ❖ Pérez Gómez, A. (1989). Paradigmas contemporáneos en investigación didáctica. En: Sacristán, J. ; Pérez Gomez, A. *La enseñanza, su teoría y su práctica*. Akal Universitaria. Madrid
- ❖ Peterson, P. and Walberg, M. J. (1979): *Research on teaching*. Barkeley. Mc-Cutcham.
- ❖ Piaget, J. (1954). *The construction reality in the child*. New York: Basic Books.
- ❖ Piaget, J. (1971): *Psicología de la inteligencia*. Ed. Psique., B.A.
- ❖ Pintrich, P. R., Cross, D. R., Cozma, R. B., y McKeachie, W. J. (1986). Instructional psychology. *Annual Review of Psychology*, 37, 611-651.
- ❖ Pintrich, P.R. y De Groot, E.V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82, 33-40.
- ❖ Polya, G., (1945) How to solve it.
- ❖ Pozo, I. (1990). Estrategias de aprendizaje. En C. Coll., J. Palacios y A. Marchesi (Ed.), *Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza.
- ❖ Pozo, J.I, (1996). *Aprendices y maestros*. Madrid: Alianza.
- ❖ Quintanilla, M. A. (1980): "La tecnología, la educación y la formación de la educación". *Studia Pedagógica*. Salamanca.
- ❖ Ramsden, P. (1981). *A study of the relationship between student learning and its academics context*. Unpublished PhD thesis, University of Lancaster.
- ❖ Resnick, L.B. (1989). *Knowing, learning and instruction*. Essays in honor of Robert Glaser. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Resnick, L.B. y Ford, W.W. (1984). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, N.J.: LEA. [Traducción castellana: *La enseñanza de las matemáticas y su fundamento psicológico*. Barcelona: Paidós-MEC, 1990].
- ❖ Rickards, J., y August, G.J. (1975). Generative underlining strategies in prose recall. *Journal of Educational Psychology*, 67, 860-865.
- ❖ Rico, L. (1990). *Diseño curricular en Educación Matemática. Una perspectiva cultural*. En: S. Llinares y M.V. Sanchez (Eds), *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- ❖ Robinson, F. P. (1961): *Effective study*. New York: Harper & Row.
- ❖ Rodrigo, M.J. (1982). Las posibilidades del análisis de tareas como técnica en el estudio de los procesos mentales. *Infancia y Aprendizaje*, 19-20, 149-174.
- ❖ Rohwer, W. D. Jr. (1984). An invitation to an educational psychology of studying. *Educational Psychologist*, 19(1), 1-14.
- ❖ Romberg, T. (1988). Necessary ingredients for a Theory of Mathematics Education. En: H.G. Steiner y A. Vermandel (Eds), *Foundations and Methodology of the discipline Mathematics Education*. Procceding 2nd TME-Conference. Bielefeld - Antwerp: Dept of Didactics and Criticism Antwerp Univ. & IDM.

- ❖ Romberg, T. y Carpenter, T. P. (1986). Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry. En M.C. Wittock (Ed.) Handbook of research on teaching. London: Macmillan.
- ❖ Rosenshine, B. (1971): *Teaching Behaviors and Student Achievement*, Slough Eng.: National Foundation for Educational Research in England and Wales.
- ❖ Rubbens, F. M., 1968, "Enseñanza programada y estudio de su didáctica", Ed. Paraninfo, Madrid.
- ❖ Rumelhart, D.E. (1980). Schemata: The building blocks of cognition. En Spiro et al. (Eds.), *Theoretical Issues in Reading Comprehension*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Rumelhart, D.E. y McClelland, J.L. & The PDP Research Group (1986). *Parallel distributed processing: Explorations in the microstructure of cognition: Vol. I. Foundations*. Cambridge, Mass.: Bradford Books/MIT Press.
- ❖ Rumelhart, D.E. y Norman, D. (1978). Accreditation, tuning and restructuring: Three modes of learning. En J.W. Cotton y R. Klatzky (Eds.), *Semantic Factors in Cognition*. Hillsdale, NJ: LEA.
- ❖ Rumelhart, D.E. y Norman, D. (1988). Representation in memory. En R. Atkinson, R. Herrnstein, G. Lindzey y R. Luce (Eds.), *Stevens' Handbook of Experimental Psychology, Vol. 2: Learning and Cognition*. New York: Wiley.
- ❖ Ryan, E.B. (1981). Identifying and remediating failures in reading comprehension: toward an instructional approach for comprehension. En T.G. Waller y G.E. Mackinnon (Eds.), *Advances in reading research*. New York: Academic Press.
- ❖ Ryle, G. (1949). *The concept of mind*. Londres: Hutchinson's University Library.
- ❖ Sacristan, G y Perez Gomez, A. (1989) La enseñanza: su teoría y su práctica. Akal Universitaria. Madrid
- ❖ Säljö, R. (1975). Qualitative differences in learning as a function of the learner's conception of the task. Gothenburg: *Acta Universitatis Gothoburgensis*.
- ❖ Säljö, R. (1982). Learning and understanding: A study of differences in constructing meaning from a text. Gothenburg: *Acta Universitatis Gothoburgensis*.
- ❖ Sanders, D. P. and Schwab, M. (1980): "A School Context for Teacher Development" *Theory into Practice*, 19,4.
- ❖ Scandura, J.M., Frase, L.T., Gagne, R.M., Stolurow, K.A., Stolurow, L.M. y Groen, G. (1981). Current status and future directions of educational psychology as discipline. En F. Farley y N.J. Gordon (Eds.), *Psychology and Education*. Berkley, CA: McCutchan.
- ❖ Schmeck, R. (1988). Learning strategies and learning styles. New York: Plenum Press.
- ❖ Schmeck, R. R. (1983). Learning styles of college students. In R.F. Dillon and R.R. Schmeck (Eds.), *Individual differences in cognition, Vol 1*. New York: Academic Press.
- ❖ Schmeck, R. R., & Grove, E. (1979). Academic achievement and individual differences in learning processes. *Applied Psychological Measurement*, 3(1), 43-49.

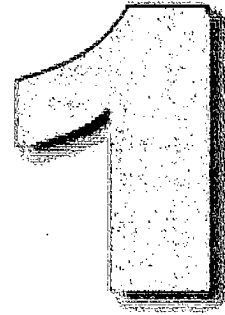
- ❖ Schmeck, R. R., Ribich, F. D., y Ramanaiah, N. (1977). Development of a self-report inventory for assessing individual differences in learning processes. *Applied Psychological Measurement*, 1, 413-431.
- ❖ Schoenfeld, A. (1987) A Brief and Biased History of Problem Solving. En F. Curcio (Ed.). *Teaching and Learning: A problem-solving focus*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics. USA
- ❖ Schoenfeld, A.H. (1987). Cognitive science and mathematics education: an overview. En A. H. Schoenfel (Ed.), *Cognitive science and mahtematics education*. London: LEA, p. 1-32.
- ❖ Schulte, A.C.,y Weinstein, C.E. (1981, April). *Inventories to asses cognitive learning strategies*. Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association, Los Angeles, CA.
- ❖ Selmes, I. (1988). *La mejora de las habilidades para el estudio*. Madrid: Paidós-MEC.
- ❖ Shavelson, R. S. and Dempsey, N. (1975): *Generalizability of Measures of Teachers Effectiveness and Teaching Process*. S. Francisco, California.
- ❖ Shavelson, R. S.(1976): "Theacher's Decision Making" in Gage, N. L. : *The Psychology of Teaching Methods*, Univ. of Chicago Pres. Chicago.
- ❖ Shepard, R.N. y Cooper, L. (1982). *Mental images and their transformations*. Cambridge: MIT, Press.
- ❖ Shulman, L.S. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. En M.C. Wittrock (Ed.) *Handbook of research on teaching*. London: Macmillan. [Traducción castellana en: *La investigación de la enseñanza*, I, Paidós-MEC, 1989].
- ❖ Sierra, B. y Carretero, M. (1990). Aprendizaje, memoria y procesamiento de la información: la psicología cognitiva de la instrucción. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Comp.), *Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza Psicología.
- ❖ Simon, Boyer, (1970): *Mirrors for Behavior*. II. Nawslettes, Special Edition, N.Y.
- ❖ Simon, H. (1974). How big is a chunk? *Science*, 183, 482-488.
- ❖ Sirvent, Ma. Teresa. "Breve diccionario Sirvent: conceptos iniciales sobre investigación en Ciencias Sociales". Material impreso para el Seminario Taller de investigación. Bs. As. 1997.
- ❖ Sirvent, Ma. Teresa. "El proceso de investigación, las Dimeniones de la Metodología y la construcción del Data científico". UNRC. 1996.
- ❖ Sirvent, Ma. Teresa. "Los diferentes modos de operar en investigación social". Texto utilizado en Talleres de Investigación de la Maestría en Didáctica de la FFYL, Sede Catamarca, UBA. 1998 y 1999.
- ❖ Sirvent, Ma. Teresa. (1998 y 1999) "Memorias de las clases teóricas" para los Talleres de Investigación de la Maestría en Didáctica de la FFYL, Sede Catamarca, UBA.
- ❖ Skinner, B. F. (1950): Are theories of learning necessary?. *Psycological Review*, 57, 145-154.
- ❖ Skinner, B.J.: (1970) *Tecnología de la enseñanza*. Labor. Barcelona.
- ❖ Skinner, B. (1983) *The behavior of organisms: an experimental analysis*. N.Y., London: The appleton Century Co. Inc.

- ❖ Smith, E.E., Shoben, E.J. y Rips, L.J. (1974). Structure and process in semantic memory: A feature model of semantic decisions. *Psychological Review*, 81, 214-241.
- ❖ Snow, R. E. (1974): "Representative and Quasirepresentative Design for a Research on Teaching". *Review of Educational Research*.
- ❖ Snow, R. E. y Swanson, J. (1992). Instructional psychology: aptitude, adaptation, and assessment. *Annual Review of Psychology*, 43, 583-626.
- ❖ Sperling, G. (1967). Successive approximations to a model for short-term memory. *Acta Psychologica*, 27, 295-292.
- ❖ Speth, C., y Brown, R. (1988). Study approaches, processes and strategies: are three perspectives better than one?. *British Journal of Educational Psychology*, 58, 247-257.
- ❖ Stanic, G.M.A. (1988). A response to professor Steiner's "Theory of Mathematics Education". En: H.G. Steiner y A. Vermandel (Eds), *Foundations and Methodology of the discipline Mathematics Education. Proceeding 2nd TME- Conference. Bielefeld - Antwerp*.
- ❖ Stauffer, R. G. (1975). *Directing the reading-thinking process*. New York: Harper & Row.
- ❖ Steiner, G.H.; Batanero, M.C.; Godino, J.D. y Wenzelburger, E. (1991). Preparation of researchers in mathematics education: an international survey (preliminary report). 5-TME Conference, Paderno del Grappa (Italia)
- ❖ Steiner, H.G. (1984); Balacheff, N. y otros. (Eds.) *Theory of mathematics education (TME)*. ICME 5. Occasional paper 54. Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- ❖ Steiner, H.G. (1985). *Theory of mathematics education (TME): an introduction*. For the Learning of Mathematics, Vol 5. n. 2, pp. 11-17.
- ❖ Steiner, H.G. (1990). Needed cooperation between science education and mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* n. 6, pp. 194-197.
- ❖ Steiner, H.G.; Vermandel, A. (Eds) (1988). *Foundations and methodology of the discipline Mathematics Education (Didactics of Mathematics)*. Proc. 2nd TME Conference. Antwerp and Bielefeld: Dpt of Didactics and Criticism Antwerp Univ. and IDM.
- ❖ Stenhouse, L. (1975): *An Introduction to Curriculum Research and Debelopment*. Heineman. London.
- ❖ Sternberg, R. J. (1983). Criteria for intellectual skills training. *Educational Researcher*, 12, 6-12.
- ❖ Swenson, L. (1977). On qualitative differences in learning: III. -study skill and learning. *British Journal of Educational Psychology*, 47, 233-243.
- ❖ Tallmadge, G.K., y Shearer, J.W. (1969). Relationship among learning styles, instructional methods, and the nature of learning experiences. *Journal of Educational Psychology*, 60, 22-230.
- ❖ Tallmadge, G.K., y Shearer, J.W. (1971). Interactive relationship among learner characteristics, type of learning, instructional methods and subject matter variables. *Journal of Educational Psychology*, 62, 31-38.
- ❖ Thomas, J. W., y Rohwer, W. D. Jr. (1986). Academic studying: The role of learning strategies. *Educational Psychologist*, 21(1&2), 19-41.
- ❖ Thorndike, E. L. (1911) *Animal Intelligence*, Macmillan. N.Y.
- ❖ Tikunoff, W.Y. (1979): "Context Variables of a Teaching-Learning Event", in Bennet, D. and Mc Namara, D.: *Focus on Teaching*.

- ❖ Tolman, E. (1932). *Purpositive behavior in animals and men*. New York: Appleton century.
- ❖ Tulving, E., y Donaldson, W. (Eds.). (1972). *Organization of memory*. New York: Acadmic Press.
- ❖ Turnure, T., Buium, M. y Thurlow, M. (1976). The effectiveness of interrogatives for promoting verbal elaboration productivity in young children. *Child Development*, 11, 780-787.
- ❖ Tylor, G. Cohen, (1981): "Finding form Research on Teacher Effectiveness". *Reading Teacher*, 34, 6, 726-730.
- ❖ Underwood, B.J. (1983). *Attributes of memory*. Glenview: Scot. Foresman.
- ❖ Van Rossum, E.J. (1984). *Students'conceptions of learning and good teaching*. Mimeographehed Article. University of Tilburg. Department of Educational Psychology, The Netherlands.
- ❖ Vergnaud, G. (1988). Why is psychology essential? Under which conditions?. En: H.G. Steiner y A. Vermandel (Eds), *Fondations and Methodology of the discipline Mathematics Education*. Procceding 2nd TME- Conference. Bielefeld - Antwerp.
- ❖ Vergnaud, G. (1990a). Epistemology and psychology of mathematics education. En: P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- ❖ Vergnaud, G. (1990b). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 10, n. 2,3, pp. 133-170.
- ❖ Vermandel, A.; Steiner, H:G.(Eds) (1988). Investigating and bridging the teaching-learning gap. Proc. 3rd TME Conference. Antwerp: Dept of Didactics and Criticism Antwerp Univ.
- ❖ Vygotsky, L.S. (1978). *Mind and Society. The development of higher psychological processes*. (Trad. español: *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica)
- ❖ Wallas, G. (1926) *The art of Thought*. Selecciones en P. E. Vernon (Ed. 1970). Creativity, Middlesex, England: Penguin, pp.91 – 97.
- ❖ Waterston, S. (1985). *A phenomenal and noumenal approach to student learning compared*. Undergraduate dissertation, Department of Psychology, University of Edinburgh.
- ❖ Watkins, D. (1986). Learning processes and background characteristics as predictors of tertiary grades. *Educational and Psychological Measurement*, 46(1), 199-203.
- ❖ Weinstein, C. E. (1978). Elaboration skill as a learning strategy. In H.F.O'Neil,Jr. *Learning strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Weinstein, C. E. (1987). *Learning and study strategies inventory (LASSI)*. Clearwater, FL: H&H Publishing Company.
- ❖ Weinstein, C. E., Goetz, E. T., y Alexander, P. A. (Eds.) (1988). *Learning and study strategies: issues in assessment, instruction, and evaluation*. New York: Academic Press.
- ❖ Weinstein, C. E., Wicker, F. W., Cubberly, W. E., Roney, L. K., y Underwood, V. L. (1980). *Design and development of the Learning Activities Questionnaire*. (Tech.Rep.No 459.). Alexandria, Va: U.S.Army Research Institute for the Behavioral and Social Sciences.

- ❖ Weinstein, C. E., y Mayer, R. E. (1986). The teaching of learning strategies. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching, 3rd Ed.* New York: MacMillan Publishing Company.
- ❖ Weinstein, C.E., Zimmerman, S.A., y Palmer, D.R. (1988). Assessing learning strategies: The design and development of the LASSI. En C.E.Weinstein., E.T.Goetz y P.A. Alexander (Eds.), *Learning and study strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Weinstein, C.E., y Underwood, W.L. (1985). Learning strategies: The how of learning. En J.Segal, S.Chipman,y R.Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills: Vol 1. Relating instruction to research*. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Ass.
- ❖ Weinstein, C.E.,Underwood, V.,Wicker, F.W.,y Cubberly, W.E. (1979). Cognitive learning strategies: verbal and imaginal elaboration. En H.F.O'Neil,Jr.,y C.D.Spielberger (Eds.), *Cognitive and affective learning strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Wenzelburger, E. (1990). Teoría e investigación en Educación Matemática. 4 Conferencia TME. Oaxtepec (México)
- ❖ Williams, L.V. (1986). *Aprender con todo el cerebro*. Barcelona: Martínez Roca.
- ❖ Wingfield, A. y Byrnes, D.L. (1988). *Psicología y memoria humana*. México: Trilla
- ❖ Winne, P. and Marx, R. (1977). "Reconceptualizing Research on Teaching". *Journal of educational Psychology*, 69, 668-678.
- ❖ Wittrock, M. C. (1988). A constructive review of research on learning strategies. In C. E. Weinstein., E. T. Goetz and P. A. Alexander (Eds.), *Learning and study strategies*. New York: Academic Press.
- ❖ Yuni, J. Y Urbano, C. "Investigación etnográfica e investigación-acción". Editorial Brujas. Córdoba. República Argentina. 1999.

ANEXO



INSTRUMENTOS PARA EL
DESARROLLO DEL CURSO
APLICADO A LA MUESTRA

CEPEA CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DE PROCESOS DE ESTUDIO Y APRENDIZAJE

CUADERNILLO

A continuación encontrarás una serie de cuestiones y frases que se refieren a aspectos de tipo motivacional y estratégico que desarrollan los estudiantes cuando adoptan y realizan tareas de aprendizaje.

Lee cuidadosamente todas las cuestiones que se presentan y contesta con la mayor objetividad posible. No existen respuestas correctas o incorrectas pues cada persona tiene distintas formas de orientarse hacia el estudio y el aprendizaje.

Escribe tus datos personales en la parte superior de la **hoja de respuestas**. Cada cuestión o frase tiene 5 posibles alternativas de respuesta:

(TD): Totalmente en desacuerdo

(D): En Desacuerdo

(MAD): Más de acuerdo que Desacuerdo

(A): De Acuerdo

(TA) : Totalmente de Acuerdo

Anota tus contestaciones con una (X) en la alternativa que más se ajusta a tu caso. Las cuestiones están numeradas por filas. Sigue esta numeración al contestar. Trata de contestar todos los ítems.

Al final del cuestionario hay un recuadro donde te solicitamos que coloques las dificultades que se puedan presentar con las cuestiones o frases planteadas o sugerencias que puedas realizar. Te agradecemos especialmente.

<p>Procedencia del CEPEA: Australian Council for Educationa Research. Autor: J.B. Biggs (1987). Aaptación: Alfonso Barca Lozano y Ana Porto Rioboo. Copyright by Alfonso Barca Lozano. D.L. C-1999. Todos los derechos están reservados. Laboratorio de Psicología del Desarrollo. Edificio de la Facultad de Filología. Campus de Elviña. Universidd de la Coruña. A. Coruña (España).</p>
--

CEPEA
CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DE PROCESOS DE ESTUDIO Y
APRENDIZAJE

1. Elegí estos estudios pensando más en las salidas profesionales que por mi interés en ellos.
2. El estudiar me proporciona una satisfacción personal profunda.
3. Quiero conseguir las mayores calificaciones en todas las materias, de tal forma que pueda optar a los mejores puestos laborales cuando termine la carrera.
4. Creo que completar apuntes es una pérdida de tiempo, de modo que sólo estudio seriamente lo que se da en clase.
5. Mientras estoy estudiando, pienso en las situaciones reales en las que ese material puede ser útil.
6. Resumo las lecturas sugeridas en la bibliografía y las incluyo en mis apuntes.
7. Me desanimo con una baja calificación en un parcial y me preocupa cómo puedo subirla en el próximo.
8. Aunque me doy cuenta que la ciencia es cambiante, me siento obligado/a a descubrir lo que me parece que es verdad en este momento.
9. Deseo intensamente sobresalir en mis estudios.
10. Aprendo algunas cosas mecánicamente, repitiéndolas una y otra vez hasta que las sé de memoria.
11. Al leer material nuevo, estoy continuamente recordando material que ya sé y lo interpreto bajo otro aspecto.
12. Intento estudiar todos los días y repaso con regularidad cuando el examen está próximo.
13. Me guste o no, reconozco que la educación superior es una buena forma de obtener un trabajo seguro y bien pagado.
14. Realmente cualquier tema puede ser muy interesante una vez que te metes en él.
15. Me veo como una persona básicamente ambiciosa y quiero llegar hasta el final en cualquier cosa que hago.
16. Me gustan las materias con mucho contenido en detalles (nombres, fechas, fórmulas ...).

17. Trabajo mucho los temas para elaborar mi propio punto de vista, sólo así me siento satisfecho/a.
18. Intento hacer los trabajos lo antes posible, una vez que se fijan en clase.
19. Incluso, cuando he estudiado mucho para un examen, me preocupa no hacerlo bien.
20. Pienso que estudiar temas académicos puede ser tan interesante como una novela o película.
21. Si llegase el caso, sacrificaría mi popularidad con mis compañeros/as por el éxito en mis estudios.
22. Me limito a estudiar aquello que se dice; creo que es innecesario hacer cosas *extra*.
23. Intento relacionar lo que aprendí en una materia con contenidos de las otras.
24. Después de una clase o lectura re-leo mis apuntes para estar seguro/a de que son legibles y que los entiendo.
25. Los profesores/as no deben esperar que empleemos el tiempo estudiando material que sabemos que no va a entrar en el examen.
26. Cuanto más trabajo tengo, más me siento atrapado/a y absorbido por él.
27. Una de las cosas más importante para mí, a la hora de elegir carrera o especialidad, es si seré capaz de sacar las máximas notas.
28. Aprendo mejor con profesores que dan los apuntes o temas cuidadosamente y escriben los principales puntos en la pizarra.
29. La mayoría de los temas nuevos son interesantes y suelo emplear tiempo *extra* intentando saber más sobre ellos.
30. Me hago preguntas sobre temas importantes hasta que los comprendo completamente..
31. Me fastidia tener que emplear más años estudiando, pero creo que el resultado final merece la pena.
32. Creo firmemente que mi principal meta en la vida es descubrir mi propia filosofía y sistema de creencias y actuar en consecuencia con ello.
33. Obtener calificaciones altas es para mí un tipo de juego competitivo y juego a ganarlo.
34. Creo que es mejor aceptar las ideas y afirmaciones de mis profesores/as y cuestionarlas sólo bajo circunstancias especiales.

35. Empleo mucho de mi tiempo libre en profundizar en temas interesantes que se han tratado en clase.
36. Creo que es muy importante hacer todas las lecturas que se sugieren en clase.
37. Pienso que la universidad te ofrece la oportunidad de obtener un mejor trabajo.
38. Los estudios me han cambiado la opinión sobre temas como la política, religión y la filosofía de la vida.
39. Creo que la sociedad se basa en la competición y las universidades deberían reflejar esto.
40. Acostumbro a atenerme a lo que los profesores/as dicen que es importante más que fiarme de mi propio juicio.
41. Intento relacionar el nuevo material que estoy trabajando con lo que ya sé sobre ese tema.
42. Tengo limpios y bien organizados los apuntes de la mayoría de las materias.

Asegúrate de haber contestado a todas las cuestiones planteadas.

Sugerencias, dificultades y opiniones sobre las cuestiones planteadas

**HOJA DE RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO DE EVALUACION DE PROCESOS DE ESTUDIO Y
APRENDIZAJE (CEPEA)
(ENSEÑANZA UNIVERSITARIA)**

Nombre Apellido Edad Curso
Facultad Carrera M.U.N°: Fecha:

MS	MP	ML	EsS	EsP	EsL
TD D MAD A TA	TD D MAD A TA	TD D MAD A TA	TD D MAD A TA	TD D MAD A TA	TD D MAD A TA
1. () () () () ()	2. () () () () ()	3. () () () () ()	4. () () () () ()	5. () () () () ()	6. () () () () ()
7. () () () () ()	8. () () () () ()	9. () () () () ()	10. () () () () ()	11. () () () () ()	12. () () () () ()
13. () () () () ()	14. () () () () ()	15. () () () () ()	16. () () () () ()	17. () () () () ()	18. () () () () ()
19. () () () () ()	20. () () () () ()	21. () () () () ()	22. () () () () ()	23. () () () () ()	24. () () () () ()
25. () () () () ()	26. () () () () ()	27. () () () () ()	28. () () () () ()	29. () () () () ()	30. () () () () ()
31. () () () () ()	32. () () () () ()	33. () () () () ()	34. () () () () ()	35. () () () () ()	36. () () () () ()
37. () () () () ()	38. () () () () ()	39. () () () () ()	40. () () () () ()	41. () () () () ()	42. () () () () ()
MS/7 = S: PC:	MP/7 = S: PC:	ML/7 = S: PC:	EsS/7 = S: PC:	EsP/7 = S: PC:	EsL/7 = S: PC:
ES = PC = S =	EP = PC = S =		EL = PC = S =		
CL-P = PC = S =			CS-P = PC = S =		

PLANILLA DE RESPUESTAS (PR)

NOMBRE Y APELLIDO:

Estimado alumno: en las siguientes páginas te solicitamos que coloques tus respuestas: en la columna izquierda, las soluciones de la guía de trabajo de trigonometría con DERIVE y en el lado derecho la respuesta a las preguntas que te formulamos, preguntas que tienen la intención de mejorar este tipo de trabajo. Muchas gracias.

RESPUESTAS A LA GUIA DE TRIGONOMETRIA PLANTEADA CON DERIVE	RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS Y CUESTIONES QUE TE SOLICITAMOS
	<p>Para el ejercicio 1:</p> <p>a- ¿Hay conceptos o procedimientos de los que no puedas precisar el significado?. En ese caso, ¿qué significado tienen para ti?.</p> <p>b- ¿Has tenido inconvenientes con el uso del programa? ¿Cuáles?, ¿Cómo los solucionaste?.</p> <p>Para el ejercicio 2:</p> <p>a- Relata brevemente cómo resolviste el ejercicio. Escribe tus hipótesis al hacerlo.</p> <p>b- ¿Qué mide el número - 0,83 de la tabla que tienes que resolver?, Cuáles fueron tus conjeturas acerca de él?.</p> <p>c- ¿Qué mide el número -2? ¿Podrías dar un valor equivalente a él?.</p>

d- Otros comentarios que sean relevantes.

Para el ejercicio 3:

a- ¿Cuáles son tus hipótesis respecto de las preguntas de este ítem? ¿Qué dudas te planteas?.

b- ¿Se confirmaron tus hipótesis?. ¿Resolviste tus dudas?.

c- Comenta si tuviste para este ejercicio que consultar las indicaciones de uso del DERIVE.

Para el ejercicio 4:

a- ¿Has necesitado consultar un libro para resolver este ejercicio? ¿Qué has consultado?.

b- Compara los ejercicios 3 y 4 en grado de dificultad explicando porqué uno te resulta más "difícil" que el otro.

Para el ejercicio 5:

a- Describe los pasos para resolverlo.

Para el ejercicio 6:

a- ¿Te parece importante dar la información de que el desfase es $-c/b$? ¿Por qué? ¿De qué otra manera se podría plantear?

Con respecto a toda la guía:

a- Describe la dificultad más seria que tuviste y cómo la solucionaste.

b- ¿Qué te resultó muy fácil de hacer?

c- Has utilizado el texto teórico sobre el tema?, ¿en qué oportunidad?, ¿Para qué?

d- ¿Has utilizado la calculadora? ¿Para qué?

INSTRUCCIONES PARA EL USO DEL SOFTWARE (IS)

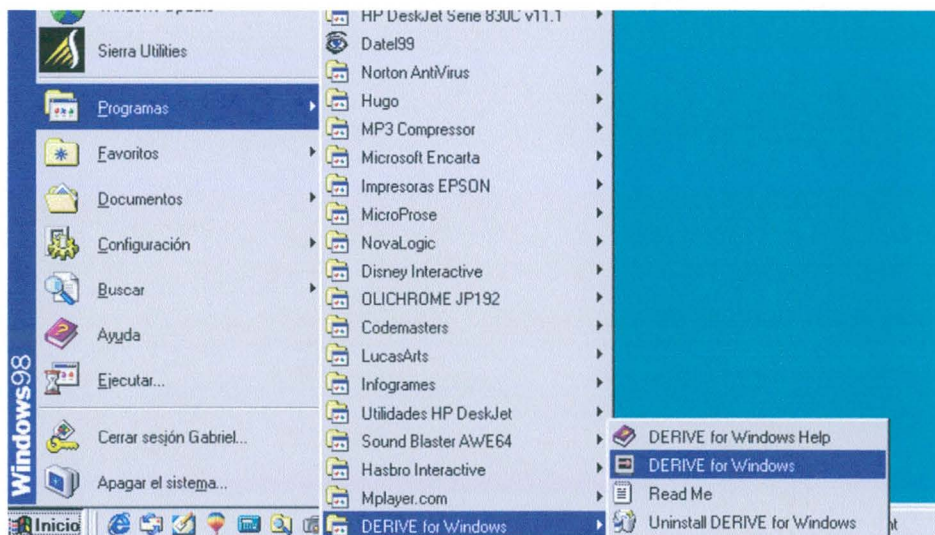
Pantalla Inicial de DERIVE for Windows

Teniendo instalado el programa DERIVE sobre Windows, podemos ingresar al sistema de las siguientes formas:

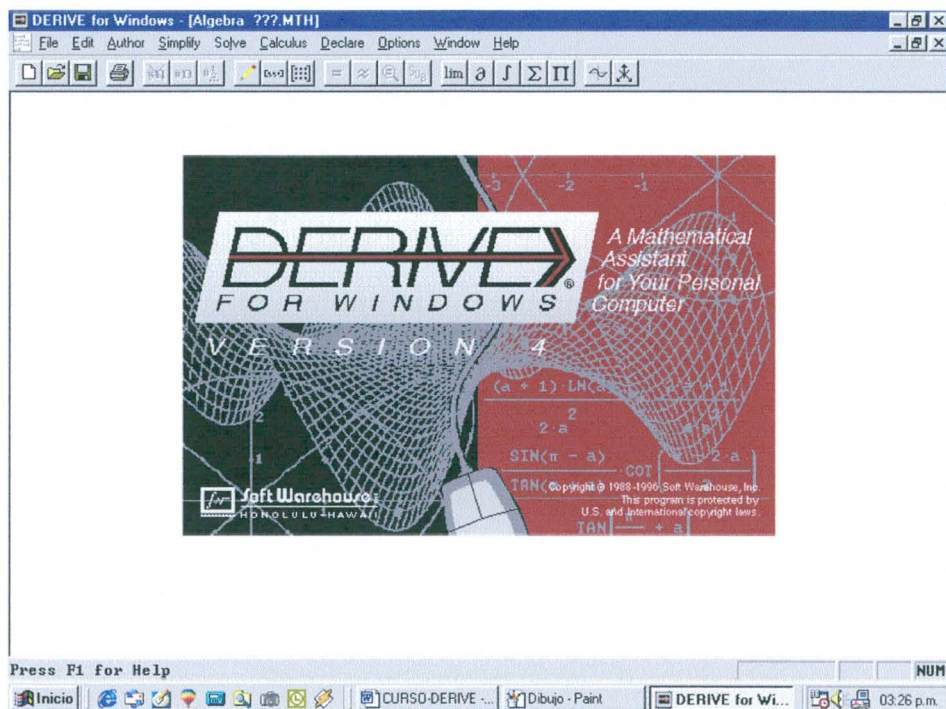
- Haciendo clic con el mouse en el icono de acceso directo para DERIVE ubicada en el escritorio, si la opción estuviera disponible).



- Eligiendo la opción programa del menú de inicio, se selecciona luego la opción DERIVE for Windows, se observa sobre el escritorio el detalle del programa con todas sus utilidades, entre las que se encuentra DERIVE for Windows, que es la que vamos a elegir para iniciar las tareas.



Una vez ejecutado DERIVE por cualquiera de los caminos mencionados, se obtiene una pantalla temporal indicativa de la versión del programa, que da paso a la pantalla inicial de DERIVE, como se observa a continuación.



Este programa tiene dos clases principales de ventanas:

- Álgebra
- Gráfica (la cual comprende las opciones 2D-plot y 3D-plot)

Distintas zonas de la pantalla

- **Barra de Títulos:** aparecen en su parte izquierda el icono de DERIVE, el nombre de la ventana en la que estamos trabajando y el nombre del fichero de trabajo. En la parte derecha se pueden ver los íconos típicos de Windows.
- **Barra de Menú:** contiene el menú general de la aplicación con todas la opciones posibles que pueden seleccionarse (File, Edit, Autor, Simplify, Solve, Calculus, Declare, Options, Windows y Help).
- **Barra de Herramientas:** contiene los iconos de acceso rápido a las opciones más utilizadas de los menús.
- **Área de Trabajo:** es la ventana de fondo blanco, donde aparecen todas las expresiones introducidas, los resultados de las tareas y procesos realizados (se denomina también ventana de álgebra).
- **Barra de Estado:** se encuentra en la parte inferior de la pantalla, es utilizada por DERIVE para comunicarse con el usuario, en ella escribirá todos los

mensajes que desea transmitir. Además se indican los comandos que se ejecutan, así como el tiempo empleado en la ejecución.

Para ejecutar un cálculo en programa basta con seleccionar con el mouse el icono


de la barra de herramientas representado por el lápiz  .

Se obtiene la “ventana de introducción de expresiones” en las que se escribe el cálculo a realizar.



Haciendo clic en OK o pulsando enter, la operación ingresada, se trasladará a la ventana de trabajo.

Para ejecutar el cálculo, basta con seleccionar el icono de la Barra de Herramientas

representado por un signo igual  . Con este icono se ejecutan los resultados en forma exacta, pero si se quiere un resultado aproximado se selecciona el icono que

identifica a este símbolo  .

Para ejecutar un cálculo pulsando los iconos anteriores, es necesario haber seleccionado previamente con el mouse la línea que lo contiene, de lo contrario ni se iluminarán los iconos citados en la Barra de Herramientas (el cálculo actual siempre está automáticamente seleccionado).

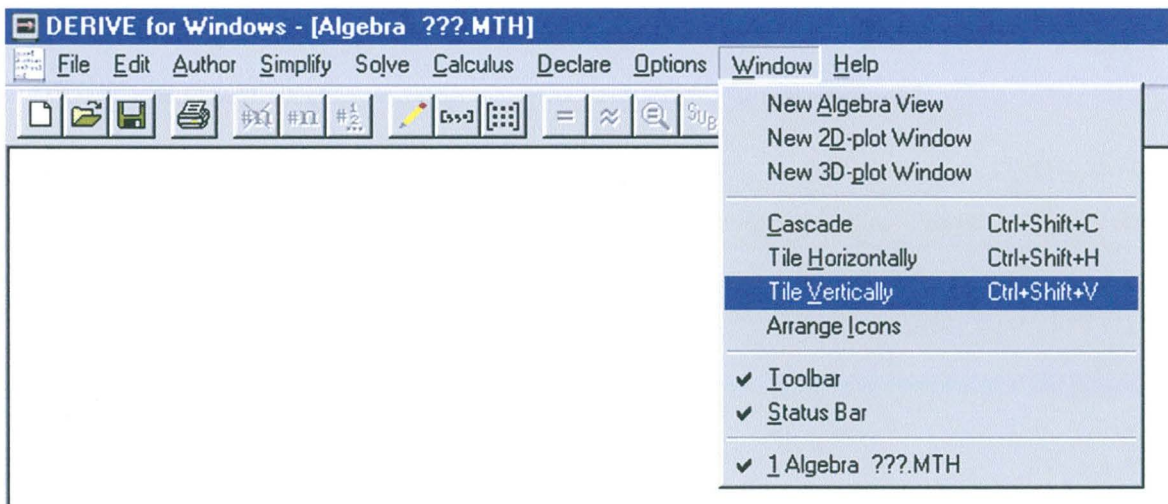
Algunos comandos

Los distintos comandos y acciones que fueron descriptos con anterioridad, serán puestos en práctica para la resolución de las siguientes aplicaciones con el objeto de observar el funcionamiento y el proceso de ejecución del programa DERIVE.

Para escribir correctamente una expresión tendremos en cuenta la siguiente tabla:

Operadores y funciones

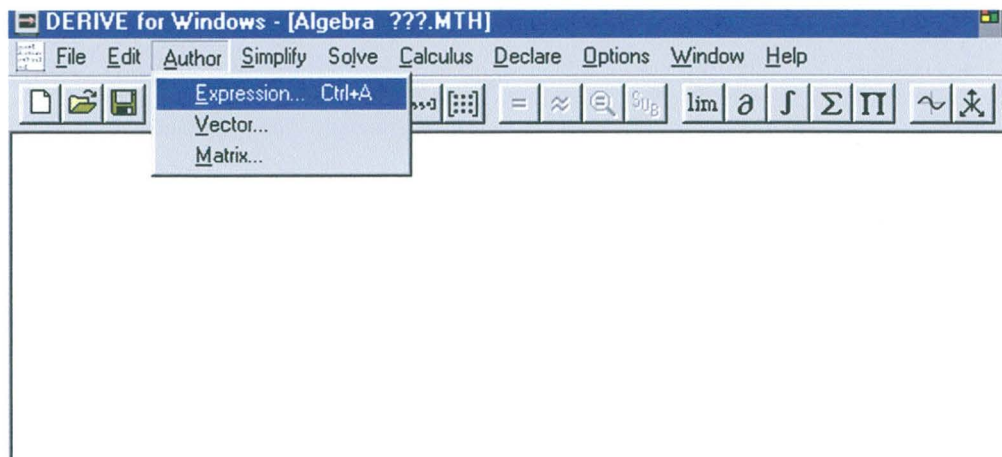
$u = v$:	“u igual a v”
$u \neq v$:	“u no es igual a v”
$u < v$:	“u menor que v”
$u \leq v$:	“u menor o igual que v”
$u > v$:	“u mayor que v”
$u \geq v$:	“u mayor o igual que v”
u^v :	“u elevado a la v”
$x := a$	“Asigna a la variable x el valor a”
Solve (u , x) :	Resuelve “u = 0” para la variable x
Solve (x := a) :	Resuelve “la expresión cuando la variable x toma el valor a”
Solve (u = v , x) :	Resuelve “u = v” para la variable x
Solve (u < v , x) :	Resuelve “u < v” para la variable x
	El operador entre u y v puede ser <, >, >=, o <=.
Abs (x) :	Función valor absoluto de x



Si activamos la opción que se muestra en el gráfico “Window” luego “Tile Verticali” nos aparece simultáneamente, la ventana de cálculo y la ventana de gráfica.

Inicia el programa DERIVE FOR WINDOWS Ver 4.4.

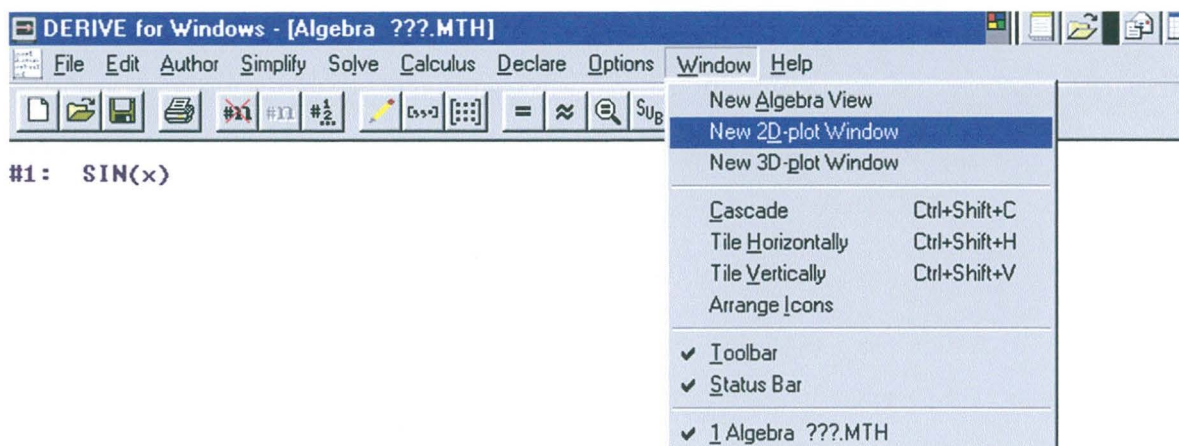
- 1) Selecciona la opción **Author/ Expresión** de la barra de menú,



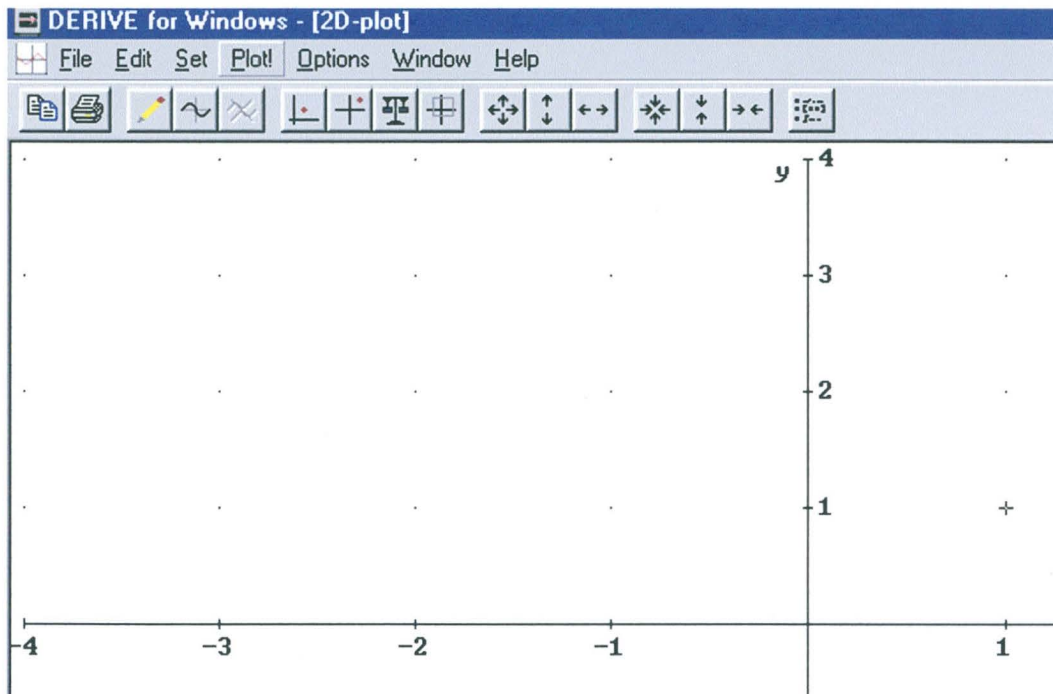
- 2) Verás que aparece en pantalla la ventana de edición, en cuya parte superior hay un cuadro de símbolos y debajo una línea donde escribirás la expresión cuya gráfica deseas obtener, luego de escribir la expresión oprime el boton **Ok**. Visualizarás la expresión matemática en la ventana.



- 3) Ahora selecciona el icono **window** y luego la opción **New 2D-PLOT**, entonces aparecerá en la pantalla el sistema de ejes coordenados.

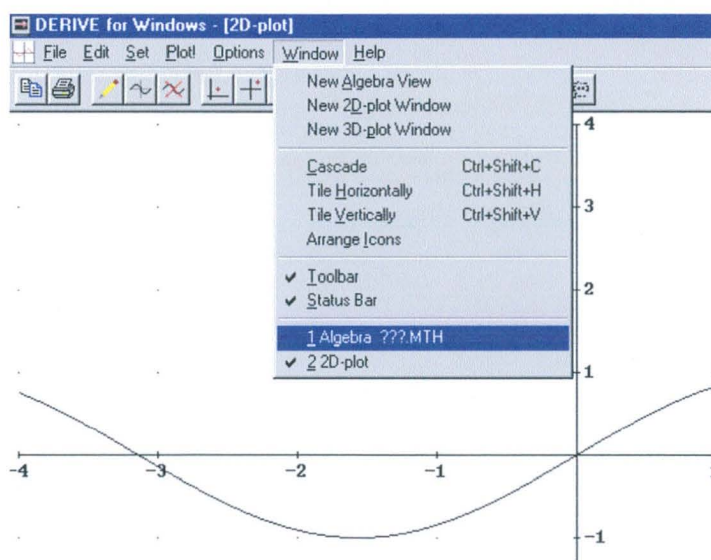


4) Selecciona la opción **Plot** de la barra de menú, y visualizaras la gráfica.



Para hacer una gráfica superpuesta a la primera tienes que hacer lo siguiente:

a) Selecciona el icono **windows** y luego la opción **1 Algebra**, entonces aparecerá en la pantalla, la pantalla para escribir las ecuaciones.



b) Repetir el paso 1).

c) Repetir el paso 2) y seleccionar la opción **2D Plot**.

d) Repetir el paso 3), y visualizarás la nueva gráfica superpuesta a la primera.

Una vez hechas las observaciones correspondientes, para eliminar la gráfica, simplemente cierra la ventana.

GUIA DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS (GM)

APRENDIENDO FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CON DERIVE

A través de esta guía podrás observar y extraer conclusiones acerca de las características y variaciones de las funciones trigonométricas utilizando el programa DERIVE en las computadoras.

Gráfica de $y = \text{sen } x$

- 1) Siguiendo las instrucciones para trabajar con DERIVE, obtiene la gráfica de $y = \text{sen } x$. Observarás que en el eje de las abscisas están representados los valores que adopta el ángulo x expresado en radianes, mientras que en el eje de las ordenadas es $y = \text{sen } x$.

La curva obtenida, se llama *senoide*, realiza una descripción de la misma atendiendo a las siguientes preguntas: ¿es una función periódica?, ¿cuáles son los conjuntos dominio y codominio?, ¿qué valores máximos y mínimos adopta?, ¿para qué valores de x ?, ¿Cuál es la amplitud?, ¿entre qué valores es positiva, negativa o nula?

- 2) Conocida la gráfica, observarás que al mover la cruz con el puntero, aparece en la parte inferior de la pantalla, las coordenadas que corresponden a ese punto, indicando los valores del ángulo y el seno del mismo.

Mueve la cruz, de tal manera que puedas obtener los datos necesarios para completar la siguiente tabla.

x	π	$3\pi/2$				60°			-2
sen x			0,5	1	-1		$\sqrt{3}/2$	-0,83	

note
 que se
 recupera
 con
 el punto
 de la cruz

3) a) Con las mismas instrucciones de DERIVE, grafica en el mismo sistema de ejes cartesianos $y = 2 \text{ sen } x$

Para cada valor de x ¿ cómo ha variado la ordenada de esta función con respecto a $y = \text{sen } x$? ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos? ¿cuál la amplitud, y el período?

b) Repite el procedimiento anterior para $y = -2 \text{ sen } x$ y responde las mismas preguntas.

c) Si ahora quisieras graficar, en un mismo sistema de ejes $y = \text{sen } x$, $y = \frac{1}{2} \text{ sen } x$ e $y = -\frac{1}{2} \text{ sen } x$ ¿Cómo crees que variarán las coordenadas, los valores máximos y mínimos y el período de las dos últimas funciones con respecto a la primera? . Después de haber respondido a estas preguntas, confecciona la gráfica con la computadora y verifica si tus respuestas fueron acertadas.

d) En base a todo lo experimentado, idea un procedimiento que te permita graficar, en tu carpeta, la función $y = a \text{ sen } x$ a partir de $y = \text{sen } x$, sin la computadora.

e) Consulta en libros de texto la expresión que permita confirmar las conclusiones obtenidas. *¿qué se espera?*

4) a) Haz un procedimiento similar para graficar $y = \text{sen } x$, $y = \text{sen } 2x$, $y = \text{sen } 3x$. Responde a las mismas preguntas, elabora conclusiones

b) Idea un procedimiento que permita graficar $y = \text{sen } bx$ a partir de $y = \text{sen } x$, sin la computadora.

c) Consulta un libro para confirmar tus conclusiones.

5) Como consecuencia de los casos anteriores, describe de antemano la gráfica de $y = 2 \text{ sen } \frac{1}{2}x$. Luego grafica y consulta texto.

6) a) Grafica en un mismo sistema de ejes $y = \text{sen } 3x$, $y = \text{sen } (3x + \pi)$ Determina período, amplitud y desfase igual a c/b .

b) Repite el procedimiento para $y = 3x$ e $y = \text{sen } (3x - \pi)$.

c) ¿Qué puedes concluir? ¿Cómo es el desplazamiento producido en una gráfica de $y = \text{sen } (bx + c)$ con respecto a la de $y = \text{sen } bx$. Si es necesario prueba graficar otras funciones similares.

d) Consulta el libro para confirmar tus conclusiones.

TEXTO TEORICO (TT)

GEOMETRÍA ANALÍTICA

GORDON FULLER – DALTON TARWATER

AÑO 1999

ADISON – WESLEY IBEROAMERICANA

MEXICO

6

Funciones trascendentes

En los capítulos anteriores se estudiaron funciones algebraicas y sus gráficas. En este capítulo se considerará una clase de funciones que no son algebraicas; se les llama **funciones trascendentes** y representan una clase de funciones que tienen amplia aplicación. El estudiante deberá revisar la definición de función antes de leer este capítulo.

6.1

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

En los primeros capítulos de este libro se midieron los ángulos en grados, pues quizá dicha unidad sea la más conocida para la mayoría de los estudiantes. En este capítulo se restringirá la unidad de medición a **radianes** para presentar las funciones trigonométricas en la forma en que se usan en el cálculo y en las ciencias aplicadas. El estudiante debe conocer ambas unidades de medida.

Recuérdese que un ángulo θ está en **posición usual** si su lado inicial está a lo largo del eje horizontal y si está medido en *sentido contrario al que giran las manecillas del reloj* para los valores positivos de θ o en el *sentido en que giran las manecillas del reloj* para valores negativos de θ , hasta su lado terminal. Considérese el círculo $u^2 + v^2 = 1$ y el ángulo θ (medido en radianes) como se muestra en la figura 6.1.

Se sabe, por trigonometría, que la longitud del arco del círculo del punto $(1, 0)$ a (u, v) es de θ unidades, si θ está medido en radianes. También se sabe que $u = \cos \theta$ y $v = \sin \theta$ y $v/u = \tan \theta$. Esto determina las conocidas funciones trigonométricas **seno** y **coseno** como funciones cuyo dominio es el conjunto de todos los números reales θ y cuya imagen es el conjunto de todos los números reales z con $-1 \leq z \leq 1$.

Para trazar la gráfica de $y = \sin x$ se puede hacer una tabla (tabla 6.1) calculando valores conocidos, mediante una calculadora, o usando una tabla de funciones trigonométricas naturales (tabla II del apéndice). La gráfica se esboza en la figura 6.2.

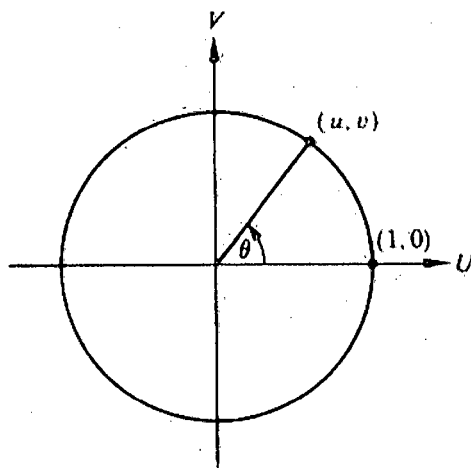


FIGURA 6.1

TABLA 6.1 Valores correspondientes de x y $\text{sen } x$.

x	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π
$y = \text{sen } x$	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0
x	$7\pi/6$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$11\pi/6$	2π
$y = \text{sen } x$	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0

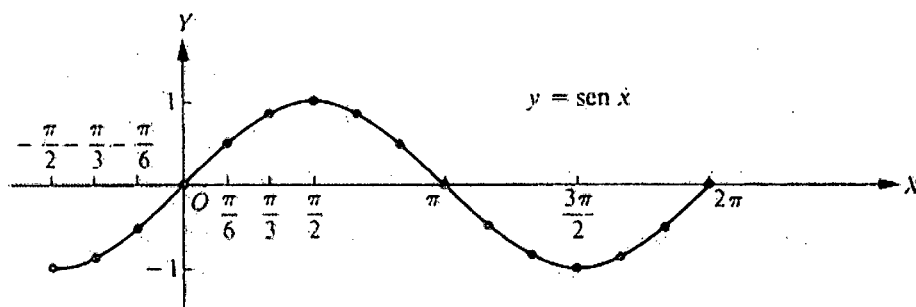


FIGURA 6.2

Como hay 2π radianes en una revolución completa, vemos que

$$\text{sen}(\theta + 2\pi) = \text{sen } \theta$$

para cualquier θ . Una función con dicha propiedad se conoce como **función periódica**.

DEFINICIÓN • Una función f con dominio el conjunto de todos los números reales es **periódica** con periodo $p > 0$ si

$$f(x + p) = f(x)$$

para toda x en el dominio y si ningún número positivo más pequeño $p' (< p)$ también tiene la propiedad

$$f(x + p') = f(x)$$

para cada x .

La función seno es periódica con periodo 2π , como lo es también la función coseno. El periodo de la función tangente es π .

Cuando se localizan los valores de la tabla, se tiene un periodo de la curva seno (Fig. 6.2). Se pueden duplicar periodos adicionales a la derecha y/o a la izquierda. Se pueden obtener las gráficas de $y = \cos x$ y $y = \tan x$ si se procede de la misma manera que como con la función seno. En la figura 6.3 se esboza una parte de $y = \cos x$, mientras que en la figura 6.4 se grafican tres periodos de $y = \tan x$.

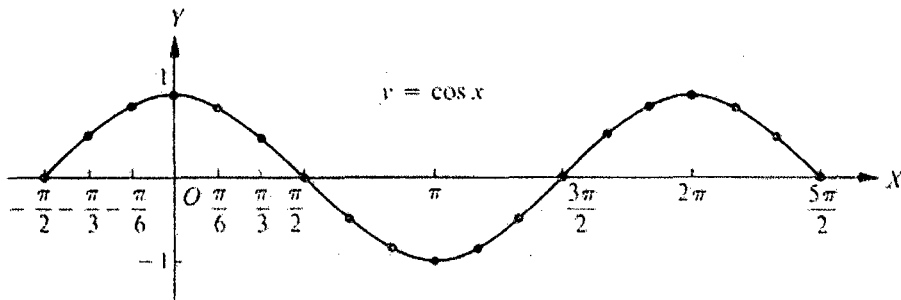


FIGURA 6.3

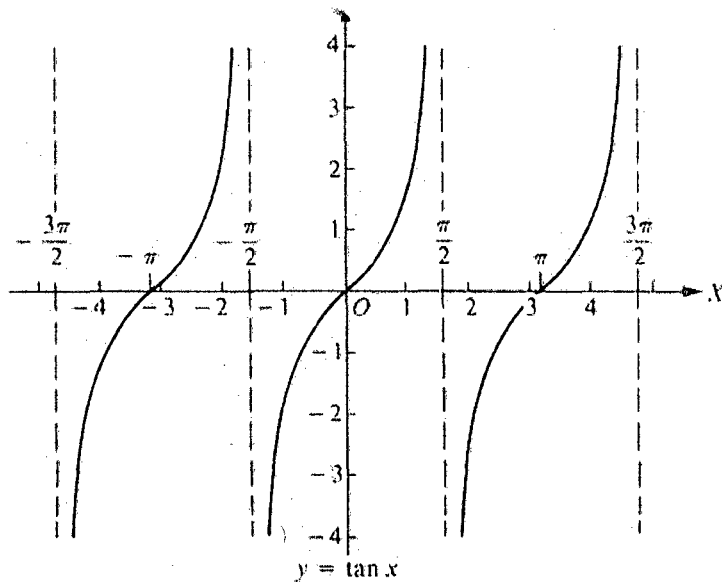


FIGURA 6.4

La gráfica de $y = a \operatorname{sen} x$ se obtiene de la curva seno, multiplicando cada ordenada por a , si a es positivo, esto produce la gráfica en la figura 6.5.

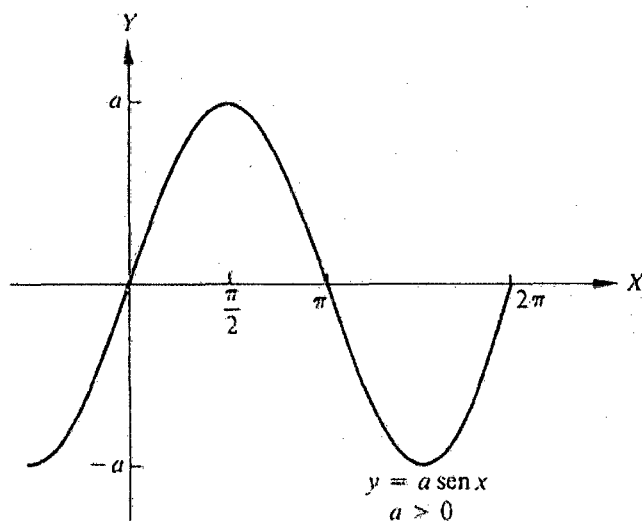


FIGURA 6.5

Si $a < 0$, la gráfica de $y = a \operatorname{sen} x$ está dada en la figura 6.6.

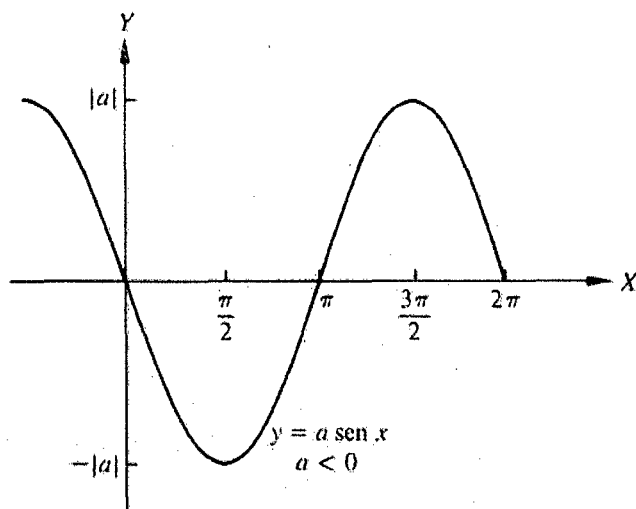


FIGURA 6.6

Se dice que la amplitud de $y = a \operatorname{sen} x$ es $|a|$. Así mismo, la gráfica de $y = \operatorname{sen} bx$ se obtiene de la curva seno, alterando su periodo a $2\pi/b$, pues, conforme x va de 0 a $2\pi/b$, bx va de 0 a 2π , y $\operatorname{sen} bx$ recorre un periodo completo.

Las gráficas de las ecuaciones $y = a \operatorname{sen} bx$ y $y = \operatorname{sen}(bx + c)$, cuando se colocan en los mismos ejes coordenados, son iguales, excepto por la posición. Esto es cierto, pues los dos valores de y son iguales si se reemplaza a x con $x - (c/b)$ en la segunda ecuación. Por tanto, un desplazamiento de c/b unidades a lo largo del eje x hará

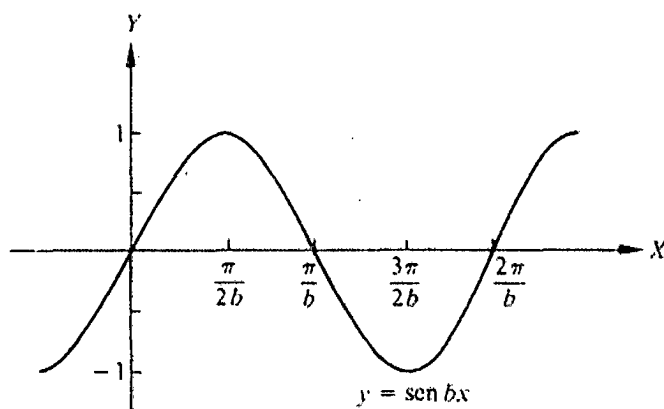


FIGURA 6.7

coincidir la gráfica de la segunda ecuación con la gráfica de la primera ecuación. El desplazamiento es a la derecha o a la izquierda, dependiendo de si b y c tienen signos iguales o desiguales.

Se observa entonces que $y = a \text{ sen}(bx + c)$ tiene amplitud $|a|$, periodo $2\pi/b$ y desfase c/b .

Exactamente el mismo razonamiento se aplica a la curva $y = a \text{ cos}(bx + c)$.

EJEMPLO 1 • Constrúyase la gráfica de la ecuación $y = \text{sen } 3x$.

SOLUCION. La función definida por esta ecuación tiene una amplitud de 1 y un periodo de $2\pi/3$. En consecuencia, $\text{sen } 3x$ y $\text{sen } x$ tiene la misma amplitud, pero el periodo de $\text{sen } 3x$ es un tercio el periodo de $\text{sen } x$. Estos hechos se muestran en las gráficas de $y = \text{sen } x$ y $y = \text{sen } 3x$ (Fig. 6.8).

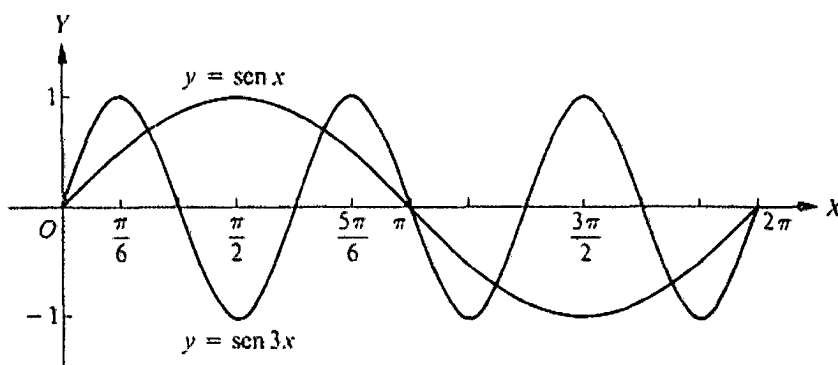


FIGURA 6.8

EJEMPLO 2 • Dibújese la gráfica de $y = 2 \text{ cos } \frac{1}{2}x$.

SOLUCION. La amplitud es 2. El periodo, 2π dividido entre $\frac{1}{2}$, es 4π . La gráfica construida a partir de la tabla de valores adjunta (tabla 6.2) se exhibe en la figura 6.9. Cada valor de y es el doble del valor correspondiente de y en la gráfica de $y = \text{cos } \frac{1}{2}x$, la cual se incluye a manera de comparación. •

TABLA 6.2 Valores de $y = 2 \cos \frac{1}{2}x$.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$2 \cos \frac{1}{2}x$	2	1.4	0	-1.4	-2	-1.4	0	1.4	2

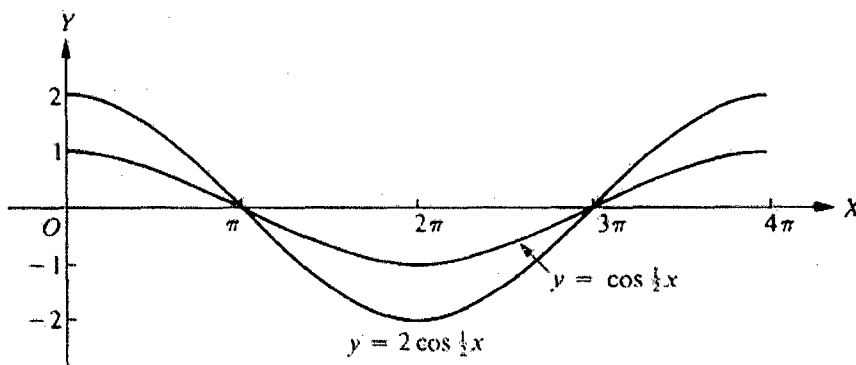


FIGURA 6.9

EJEMPLO 3 • Constrúyase la gráfica de $y = -2 \operatorname{sen} \pi x$.

SOLUCION. La amplitud es $|-2| = 2$ mientras que el periodo es $2\pi/\pi = 2$. La gráfica se muestra en la figura 6.10. •

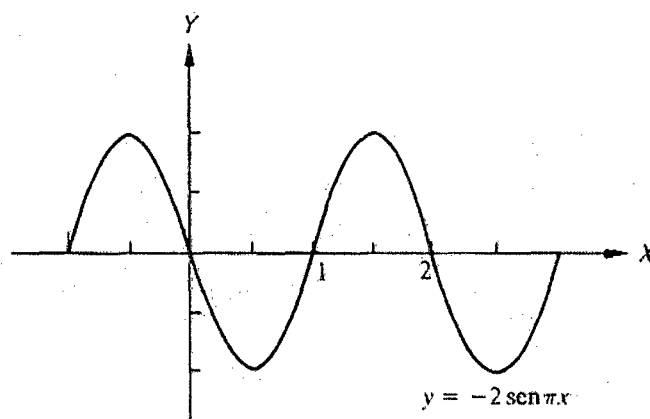


FIGURA 6.10

EJEMPLO 4 • Dibújense, en los mismos ejes coordenados, las gráficas de las ecuaciones

$$y = 1.5 \operatorname{sen} 2x \quad y \quad y = 1.5 \operatorname{sen} \left(2x + \frac{1}{3}\pi \right).$$

SOLUCION. Las gráficas de las dos ecuaciones son iguales, excepto por la posición (Fig. 6.11). Las curvas coincidirían si la gráfica de la segunda ecuación se moviera $\frac{1}{6}\pi$ unidades a la derecha. •

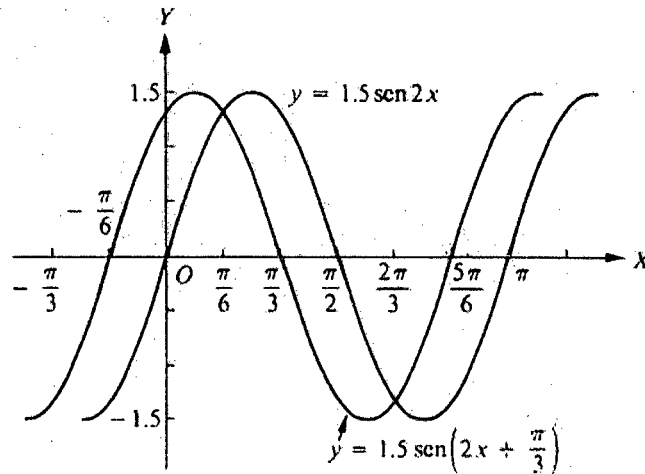


FIGURA 6.11

EJEMPLO 5 • Constrúyanse las gráficas de las dos ecuaciones

$$y = \cos 3x \quad \text{y} \quad y = \cos\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right).$$

SOLUCION. Las gráficas están dibujadas hasta dos periodos en la figura 6.12. Se observa que los puntos de intersección están en $x = 2\pi/9, 5\pi/9, 8\pi/9$ y $11\pi/9$. Las gráficas coincidirían si la gráfica de la segunda ecuación se moviera $2\pi/9$ unidades a la derecha. •

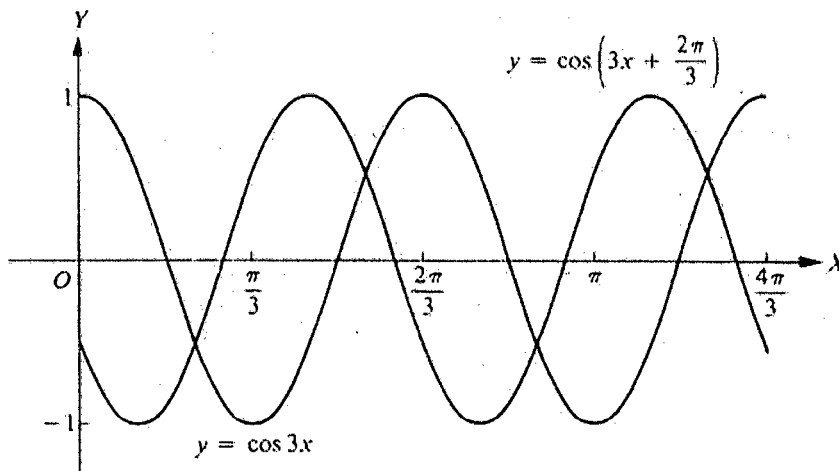


FIGURA 6.12

Las funciones trigonométricas se han usado para describir muchos fenómenos naturales. El hecho de que una función seno generalizada sea periódica con cualquier periodo prescrito, es de inmenso valor para describir ondas de sonido, corriente eléctrica, ondas de radio y las oscilaciones de un péndulo. Es posible que otras funciones periódicas no se puedan expresar como una función seno generalizada, pero pueden expresarse, como se verá más adelante, como una suma de funciones seno y coseno generalizadas.

EJEMPLO 6 • Un sonido puede ser generado por un instrumento musical, un diapason, un órgano eléctrico, el zumbido de un motor, o de un transformador eléctrico. Si el sonido tiene el tono del do medio, entonces causa una vibración en la presión de aire sobre el oído con una frecuencia de alrededor de 260 Hz. (Un hertz es una frecuencia de un ciclo por segundo.) Supóngase que la potencia de la onda de sonido es de 3.6×10^{10} watts por centímetro cuadrado, es decir, que la onda ejerce toda esta presión sobre el oído en su punto más fuerte. Determínese la ecuación de la onda de sonido.

SOLUCION. La amplitud de la curva seno generalizada es de 3.6×10^{10} , mientras que el periodo es $1/260$. Entonces, su ecuación es

$$y = 3.6 \times 10^{10} \text{ sen } 520\pi t.$$

Esto representa la presión del aire a los t segundos de iniciarse el sonido. •

Ejercicios

Encuéntrese el periodo y la amplitud de las siguientes ecuaciones.

1. $y = \text{sen } 4x$

2. $y = 3 \text{ sen } \frac{1}{2}x$

3. $y = -\text{sen } \frac{1}{2}x$

4. $y = -2 \text{ cos } 6x$

5. $y = \frac{1}{2} \text{ cos } \pi x$

6. $y = -\frac{1}{3} \text{ cos } \pi x$

7. $y = -\text{cos } 2\pi x$

8. $y = -2 \text{ sen } 8\pi x$

9. $y = 2 \text{ sen } \pi x \text{ cos } \pi x$

Constrúyase un periodo de la gráfica de cada ecuación.

10. $y = \text{sen } 4x$

11. $y = 3 \text{ sen } \frac{1}{2}x$

12. $y = -\text{sen } \frac{1}{2}x$

13. $y = -2 \text{ cos } 6x$

14. $y = -\text{cos } 2\pi x$

15. $y = -2 \text{ sen } 8\pi x$

16. $y = 2 \text{ sen } \pi x \text{ cos } \pi x$

ANEXO

2

TABLAS DE ANÁLISIS

TABLAS DE ANÁLISIS

ALUMNOS QUE RESPONDIERON LAS GUÍA DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y LA GUÍA DE PREGUNTAS DE LA PLANILLA DE RESPUESTAS (PR)

Nº alumno que ha respondido a la grilla de ejercicios:			Nº alumno que ha respondido las preguntas		
0, 1 o 2 Tiene al menos alguna respuesta.	Ha respondido a 3 o 4 ejercicios, completos o no	Ha respondido al menos a 5 o 6 ejercicios	0, 1 o 2 Tiene al menos alguna respuesta.	Ha respondido a 3 o 4 ítems, completo o no	Ha respondido al menos a 5 o 6 preguntas
25	16	3, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 15, 17, 24, 28, 29, 30, 33	25 (ninguna) 24 (ninguna) 7, 16		3, 4, 5, 8, 9, 12, 15, 17, 28, 29, 30, 33

No han entregado el trabajo solicitado por haber dejado el curso: 1, 2, 6, 10, 11, 13, 14, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 31, 32.

CANTIDAD DE MATERIAS APROBADAS POR LOS ALUMNOS QUE REALIZARON EL CURSO EN LOS AÑOS 2000 AL 2002

Alumno Nº	M. U. Nº	Hasta el 2000	Durante el 2001	Durante el 2002- hasta el 30/11
1	203	6	0	0
2	710	10	1	0
3	712	14	1	1
4	715	9	0	0
5	731	4	1	1
6	747	6	1	0
7	768	6	0	0
8	851	3	1	0
9	853	9	0	0
10	856	7	2	5
11	858	6	3	4
12	860	6	0	0
13	861	6	4	5
14	862	5	2	6
15	864	8	1	0
16	875	6	0	0
17	883	6	2	1
18	886	5	1	5
19	892	3	0	0
20	897	4	1	2
21	916	7	1	0
22	917	4	1	0
23	920	4	4	0
24	922	10	4	Se recibió
25	922 Licenc.	5	2	6

26	925	10	1	8
27	928	2	3	0
28	932	2	5	1
29	937	3	5	4
30	954	1	3	1
31	972	0	0	0
32	988	0	0	0
33	989	1	1	1

La cantidad de asignaturas aprobadas por los alumnos se extrajo como dato de las fichas de cada uno de ellos que se llevan en el Departamento de Alumnos de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Dichas fichas están completas a la fecha.

TABLA DE ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DE LOS ALUMNOS

Nº y nombre de los alumnos de la muestra	Ejercicio 1: Las preguntas que se le hacen son acerca de los significados de los conceptos y procedimientos que se desarrollan. También se inquiriere si tuvo inconvenientes con el uso del software. El objetivo del ejercicio es obtener la gráfica de la función $y = \sin x$ con computadora e indagar acerca de conceptos básicos sobre funciones periódicas, dominio, codominio, máximos, mínimos y amplitud; interpretación de gráficos en el sentido de signos de la función y coordenadas de puntos. Se intenta comprender la relación que establecen los estudiantes entre esos conceptos.	Ejercicio 2: Debe relatar cómo resolvió el ejercicio, sus hipótesis y conjeturas y hay una comprobación de la comprensión a través de preguntas concretas acerca del significado de algunas relaciones numéricas. Se intenta afianzar los conceptos de dominio y codominio y los valores de cada uno, contraponer medidas angulares y compararlas, relacionar los valores en términos de π (exactos) y aproximados, comprender que los ángulos se miden también en números reales a través de sus arcos, establecer la utilidad de los números reales hacia la comprensión del continuo y el infinito.	Ejercicio3: Las preguntas hechas sobre el ejercicio indagan acerca de las hipótesis de los alumnos en este sentido y sobre el uso del programa. <i>Las preguntas realizadas en este ítem ponen en evidencia el concepto de hipótesis que tienen los estudiantes que puede obstaculizar los procesos de resolución del mismo.</i> La intención del ejercicio es que el alumno idee un procedimiento para graficar la función $y = a \sin x$ a partir de $y = \sin x$ sin utilizar la computadora.
3 Silvana	No contesta las preguntas a y b. Extiende el dominio a lo que "ve" en el gráfico. El resto de las preguntas matemáticas las contesta en relación al gráfico que tiene delante y en ese intervalo lo hace bien. No explica lo que es ser periódica.	No relata cómo resuelve el ejercicio ni escribe sus hipótesis. Utiliza correctamente el gráfico para obtener información de las coordenadas de la función, en este sentido, encuentra más de un valor de ángulo cuya ordenada mide un cierto número y esto lo hace como comentario relevante, parece querer decir que hay otros ángulos que producen iguales valores para la función a pesar de lo cual no generaliza ni encuentra relación con el período ni con los valores de la función en los distintos cuadrantes. No escribe la respuesta en forma de tabla y no utiliza correcta notación. Algunos errores numéricos pueden explicarse por una aproximación	Concepto de período: de 0 a 2π . Para este alumno el período comienza en cero (posiblemente tiene que ver con que es el origen de coordenadas, el "aparente" comienzo natural de otras graficaciones y la manera de enseñar del docente, puede que la docente haya marcado el período de esta forma en la pizarra para mostrar gráficamente el concepto. Ya está internalizado que la amplitud es $ a $. Los valores opuestos son los que tienen igual valor de dominio y signo contrario en la ordenada: $y = -2 \sin x$ tiene valores opuestos a $y = 2 \sin x$. Para extraer conclusiones sobre $y = \frac{1}{2} \sin x$ e $y = -\frac{1}{2} \sin x$ habla de la variación de la ordenada diciendo que es la mitad de la ordenada de $\sin x$. Expresa la propiedad

		putadora, otros por haber realizado mal la conversión de grados a radianes. No se encuentra explicación para otros errores, hubiera sido positivo conversar con la alumna respecto de éstos. Este hecho podría significar que el conocimiento no está bien estructurado, los conceptos no se encuentran bien aplicados, evidencia que desea tener el trabajo completo pero no encuentra el camino para aplicar las definiciones y conceptos correctamente.	en forma general y simbólica pero coloquialmente dice que cambia pero no de qué forma. No tiene problemas con el programa y confirma sus hipótesis respecto del tema: escribe la hipótesis en su forma general y un ejemplo como para explicarla.
4	Nélida <p>Explicita que no ha tenido inconvenientes con los conceptos y procedimientos y que el programa no es complicado por lo que no tuvo inconvenientes. Realiza una tabla donde coloca valores de x y de $\sin x$ con unos cuantos errores: algunos pueden explicarse por la aproximación del gráfico, otros de ninguna manera lógica. Hay errores de signo y de valores muy importantes.</p>	Describe el procedimiento para resolver el ejercicio indicando que busca los valores de la gráfica con la cruz en la pantalla. Se contradice con algunos valores encontrados, en algunos casos, se refiere a un valor de ángulo como si éste fuera el valor de la ordenada y luego lo cambia por el de la ordenada y encuentra el valor de la variable independiente, de la misma manera cambia dominio por codominio en algunas ocasiones. Hay reiterados errores de notación que tiene que ver con este mismo hecho y algunos errores de signo de la función que se interpretan como que quiere "componer" la respuesta para que se corresponda con el gráfico.	La hipótesis es que si multiplica a $\sin x$ por un número, la gráfica varía. Esta hipótesis se le confirma, pero no explicita cómo es la variación. La deducción y la justificación no están presentes. Para las funciones con coeficientes numéricos concretos da valores numéricos, se expresa con el concepto de valor opuesto al analizarlas y explica que el gráfico depende del valor de a que es quien determina la amplitud. No idea ningún procedimiento. Trabaja bien el concepto de amplitud y el período para esta alumna va de 0 a 2π .
5	Mirna <p>Es recursante de Geometría, por lo que este tema lo ha visto en algún momento. Al principio le ha costado manejar el programa. Explicita que no puede generalizar el significado sobre los valores positivos, negativos o nulos para toda la función por lo que toma sólo el primer período, $[0, 2\pi]$ en su conceptualización</p>	Relata que posiciona la cruz en la pantalla y observa los valores que aparecen abajo donde se indican los valores de x e y (no dice que lee las coordenadas). Justifica sus aproximaciones con el uso del mouse. En la tabla que debe completar aparecen todos los valores de x positivos hasta que se lo "obliga" a trabajar con	Contesta la pregunta concretamente y da ejemplos numéricos: valores de x , $\sin x$, $2 \sin x$, $-2 \sin x$, etc. Expresa que la función $y = -\frac{1}{2} \sin x$ es negativa respecto de $y = \frac{1}{2} \sin x$. Sintetiza la información en relación a la amplitud y generaliza la respuesta, cuando lo hace vuelve al plano concreto diciendo que separa la variación

	<p>pues no sabía muy bien qué tenía que contestar. Esto provoca que no extienda las respuestas matemáticas más allá de estos valores, es decir, no extiende el concepto de periodicidad a los valores positivos, negativos y nulos, pero generaliza a todo el dominio la periodicidad de la función.</p>	<p>uno negativo. Las respuestas son "cuidadas", es decir, que estén bien. Aparentemente no confunde dominio con codominio pero a veces se refiere a algún valor del seno x como si fuera x en la notación. Parece más preocupada por dar un valor exacto que por aplicar los conceptos estudiados preocupación que se evidencia al decir que el valor de la función tiene muchos "equivalentes", habría que preguntarle el significado (pregunta 2d).</p>	<p>de $y = a \sin x$ en cuatro cuadrantes aunque lo expresa con sus propios códigos. No ha tenido problemas con el programa porque "tomé los mismos pasos que en el ejercicio anterior". Es minuciosa en sus respuestas pero le cuesta expresarse cuando habla de lo general y sintetiza. Las hipótesis las ejemplifica comparando $y = \sin x$ con $y = 2 \sin x$, no en general. No responde la pregunta 3 e, escribe e.... como diciendo que la leyó?</p>
7 Mario	<p>No ha tenido problemas con los conceptos y procedimientos. Ha tenido los inconvenientes propios del manejo del programa que ha ido superando con el uso. No justifica la periodicidad de la función. Se refiere sólo al intervalo $[0, \pi]$ para explicitar los valores positivos y negativos que toma la función dando algunos valores exactos en términos de π radianes para la nulidad. Se refiere al dominio como todos los números reales y al codominio $(1, -1)$, no respetando la notación ni el significado matemático de intervalo cerrado real.</p>	<p>Describe el procedimiento para resolver el ejercicio con la ayuda del cursor en la pantalla que da las coordenadas (x, y) pero no lo resuelve en la hoja a pesar de que deja el espacio. No escribe ninguna hipótesis, tal vez haya querido mostrar que sí lo sabe hacer pero no lo hace o lo hizo en otro lugar. Tampoco contesta las preguntas hechas sobre los valores numéricos dados.</p>	<p>No contesta las preguntas. Se equivoca en el período, dice que es π. Compara $y = 2 \sin x$ con $y = -2 \sin x$ en valores de ordenada y signo, expresa valores máximos y mínimos y aquí sí dice que el período es 2π, parece como si repensara la respuesta. Para la función $y = \frac{1}{2} \sin x$ repite la comparación. Minuciosamente describe el período, los ceros y la amplitud de la gráfica cuando se multiplica a por $\sin x$, considera valores de $a > 0$ y $a < 0$. No contesta el resto de las preguntas.</p>
8 José	<p>No contesta las preguntas. Extiende el concepto de periodicidad al dominio positivo y también coloca varios valores máximos y mínimos. Usa valores aproximados en radianes para nombrar los ángulos. Evidencia un mal uso del concepto de amplitud, lo que podría indicar que no ha leído el material teórico o no ha prestado atención a la profe-</p>	<p>Para explicar el procedimiento de resolución cita que ubica el valor en el eje x y luego en la gráfica como si los puntos de la gráfica tuvieran una coordenada separada. Redacta sin respetar el castellano. En la tabla de respuestas da varios valores de x para un determinado valor de la función y por las aproximaciones que usa, lo hace realmente con el cursor. Utiliza la</p>	<p>Para este alumno las hipótesis son los datos de su problema: las gráficas, es posible que está aludiendo al concepto de hipótesis de un teorema, pues en su vocabulario, en la hipótesis se colocan los "datos del teorema", no alude a la forma lógica si $P \rightarrow Q$. A pesar de ello, dice que sus hipótesis se confirman, pero no explica qué es lo que se confirma. No tuvo inconvenientes</p>

	sora.	palabra "mide" para expresar que el $\sin x$ o el ángulo x toman tal valor, pero se expresa sin diferenciar el $\sin x$ de x en la escritura. No hay profundidad ni generalizaciones en sus respuestas, tampoco evidencia alguna discusión, casi todo es numérico pero están todas las respuestas.	en el manejo del programa ya que se "acordó" cómo se hacía. Expresa los conjuntos como si fueran pares ordenados. Sólo da valores en la respuesta de máximos, mínimos. Todavía no tiene internalizado el concepto de amplitud pues da valores positivos y negativos para ella, en todo caso, no ha tenido en cuenta la definición. No contesta las preguntas 3 d y e, no generaliza ni hace síntesis.
9	Sergio	No ha comprendido la pregunta sobre la precisión de significado de conceptos pues dice que hay conceptos que no necesita como los significados trigonométricos. No ha tenido inconvenientes en el uso del programa. Expresa el dominio con el concepto de dominio en general de una función y no como el conjunto numérico involucrado, hace lo mismo con el codominio. No justifica porqué la función es periódica. Para el signo de la función, sólo se refiere al período $[0, 2\pi]$, aunque hay un intento de generalizar a todo el dominio positivo para ángulos cuyo seno es cero.	Relata brevemente el procedimiento utilizado pero no explicita sus hipótesis al hacerlo. Su concepto de conjetura aparece ligado al de hipótesis: cuales son los datos. Se preocupa por que su respuesta sea correcta matemáticamente. Da dos interpretaciones del número x : como número en el eje de abscisas perteneciente al dominio de una función y como medida de un ángulo (en rigor mide la relación entre el arco y el radio de la circunferencia que subtiende al arco). No hace generalizaciones ni especula acerca de posibles valores. ¿Son muy técnicas sus respuestas?
12	Cristian	Expresa que ha comprendido bien todos los conceptos y que no tuvo inconvenientes en el uso del software. No justifica el porqué de la periodicidad de la función. Confunde el concepto de período y dominio, pues dice que el dominio es $[0, 2\pi]$. La aplicación del concepto de amplitud es erróneo lo que podría indicar que no ha leído el material teórico o no ha prestado atención a la profesora.	No hay respuestas.
			Le resulta fácil el uso del programa, para él, sólo es cuestión de leer, no contesta el resto de las preguntas. Expresa coloquialmente cómo varía la amplitud, los máximos y mínimos y el período pero no hay expresión de síntesis con una fórmula ni descripción del procedimiento.

	Coloca los valores máximos y mínimos sin distinguirlos con los correspondientes valores de x pero sólo para ángulos positivos.		
15 Elizabeth	No hay conceptos sobre los que no pueda precisar el significado ya que tenía conocimiento anterior de los mismos. No ha tenido inconvenientes con el uso del programa. No justifica la periodicidad de la función. Coloca dos dominios: un intervalo negativo y otro positivo pero sin respetar las convenciones para intervalo cerrado, de manera que no se sabe si incluye o no los ceros de la función. No generaliza el dominio a todos los reales. Confunde valor máximo de la función con el valor del dominio donde se ubica el máximo. Toma valores positivos y negativos entre $-\pi$ y π solamente.	Expresa que "se divirtió haciendo el ejercicio y ver cómo aparecían el número y el ángulo al mover la flechita". No coloca en la tabla valores de ángulo que se repiten a pesar de que los "ve" en la pantalla y que aparentemente "juega" con ella. No justifica lo que encuentra ni conjetura. Aparecen también aquí los conceptos utilizados por el alumno 9 aunque cada alumno está solo en la computadora, es decir, la ordenada como distancia de la curva al eje x y como valor del seno del ángulo. Está utilizado en el sentido que se pretendía el concepto de "equivalente", no aparece la doble interpretación del alumno 9 para el valor de x .	Parecería que vuelve a aparecer el concepto de hipótesis como "los datos que tengo", las dudas, lo que tiene que hacer, todo en una sola expresión. Luego expresa que resuelve sus dudas e hipótesis. Contesta los problemas en forma concreta, expresa que la gráfica "se invirtió" cuando la función que tiene delante cambia de signo. En esta respuesta hay un gráfico que dice "desfasaje" pero no muestra tal desfasaje y, en tal caso, en este ítem es cero. Con respecto al cambio de coordenadas, no expresa que son el doble o la mitad, sino que aumenta o disminuye. en el procedimiento describe la obtención de una tabla a partir de los valores de x y del uso de la calculadora científica para $\sin x$, luego une los puntos. En este mismo sentido expresa conclusiones pero siempre en el plano concreto, no se refiere a la amplitud, no hay análisis ni generalización que relacione los conceptos. Hay un fuerte deseo de logro pero no profundidad en sus expresiones.
16 Eduardo	Expresa que entiende todos los conceptos y que no ha tenido ninguna dificultad con el programa. No justifica el porqué de la periodicidad de la función, lo que por lo menos habla de que no tiene la costumbre de justificar con la teoría. Confunde los conceptos de dominio y	No hay respuestas pero dejó el espacio.	No contesta las preguntas y sólo los ejercicios a y b. El concepto aplicado de amplitud no corresponde con la definición adoptada: no leyó los apuntes, no escuchó lo poco que se conversó en clase donde se explicó el concepto por la pregunta de un alumno. Expresa que si se multiplica el \sin

	<p>período, como si fueran uno solo o estuvieran mezclados, también aplica mal el concepto de amplitud. Expresa valores positivos y negativos de la función para el intervalo $[0, 2\pi]$, a lo que llama primer período, no generaliza a todo el dominio. Confunde los valores máximos y mínimos con el concepto de amplitud, falta rigurosidad y exactitud.</p>		<p>x por un número, las coordenadas varían y también el período, parece confundir los conceptos de período y de amplitud. No resuelve el resto de los ejercicios ni hace la gráfica, no hay comentarios de procedimiento ni de generalización.</p>
17 Mariana	<p>Todos los conceptos y procedimientos los había visto en Geometría I, se demora cuando busca focalizar un sector de la gráfica porque el software tiene una lógica distinta a la que ella hubiera utilizado para acercar la imagen. No justifica la periodicidad de la función. Expresa los valores máximos y mínimos como pares ordenados con buena interpretación del concepto de función. No hay generalización y relación entre el dominio, la periodicidad de la función y los valores positivos y negativos de la misma, éstos los cita como simétricos respecto del eje y. Parece haber utilización de conceptos anteriores ya que expresa los ángulos en términos de π y no aparecen así en el gráfico.</p>	<p>Explica el uso del mouse y de la palabra "cross" (cruz) evidenciando la incorporación del lenguaje del programa para la descripción del procedimiento utilizado y para el cual se ayuda con la calculadora. No está resuelta en la hoja la tabla, la hizo en el práctico. Utiliza valores positivos y negativos, los que ve en la pantalla pero no extiende los valores de ángulos para el mismo valor de la función. Explicita valores angulares en grados y radianes. Aproxima con varios decimales el $\sin x$, usó la calculadora o cambió los valores de las coordenadas en el gráfico. Da valores equivalentes de ángulos para un mismo valor de la función pero no generaliza ni conjetura.</p>	<p>Su hipótesis es que las preguntas son fáciles de deducir ¿???, pero luego agrega que sus hipótesis fueron confirmadas. Necesitó consultar las indicaciones del programa para poder graficar en un mismo gráfico todas las curvas. El período comienza en cero, las especulaciones son las mismas que para otro alumno que lo hizo. describe exhaustivamente la variación de ordenadas respecto de $\sin x$ para todas las funciones, lo expresa como doble y mitad, los valores máximos y mínimos como pares ordenados. Verifica que las respuestas sean correctas. Describe el procedimiento pedido en una síntesis bien elaborada generalizando la propiedad.</p>
24 Raúl	<p>No contesta las preguntas pues no comprende la consigna, piensa que no debe contestarlas. Expresa correctamente los valores pedidos pero aplica mal el concepto de amplitud. Muestra varios intervalos donde la función es positiva y negativa como generalizando la idea pero se queda en lo concreto. Sólo cita</p>	<p>No está el ejercicio resuelto no contestó las preguntas.</p>	<p>No contesta ninguna pregunta. Anota los valores máximos, mínimos, la amplitud de cada función y el período. El concepto de período es el generalizado que comienza en 0: $[0, 2\pi]$. Sigue mal el concepto de amplitud: $\pm a$. Resuelve colocando casi todo con números, sin redactar nada.</p>

	Sólo cita un valor de ángulo para el cual la función es nula. No hay redacción de las respuestas, casi todo es simbólico.		
25 L Francisco	No contesta las preguntas. No justifica la periodicidad de la función y utiliza conceptos que ya posee como el de periodicidad y el de función acotada. Expresa bien el dominio y la imagen pero los simboliza sin rigor, sin respetar las convenciones matemáticas.	No contesta las preguntas. Realiza la tabla en la hoja con resultados aproximados, usa la pantalla. Para algunos ángulos coloca el valor aproximado y en términos de π (para el primer cuadrante, no para el resto, lo que podría indicar el uso de conocimientos anteriores desde la memoria. No realiza especulaciones ni relaciona los resultados con la periodicidad de la función, es como si hubiera perdido el interés.	No contesta las preguntas ni resuelve lo pedido, sólo expresa que la ordenada es el doble de la de $\sin x$.
28 María Fernanda	Indica que no hay conceptos o procedimientos de los que no pueda precisar el significado y que no ha tenido inconvenientes con el uso del programa. Especifica varios valores de x en los cuales se encuentran los máximos y los mínimos extendiendo el concepto a todo el dominio pero sin sintetizar en una fórmula, el mismo proceder sigue para los intervalos positivos y negativos de la función y para los ceros de la misma. Utiliza conocimientos anteriores, por ejemplo en su forma de nombrar conjuntos e intervalos.	Explicita claramente el procedimiento para resolver el ejercicio. La explicación podría coincidir con su manera de ubicar puntos en la gráfica. Coloca valores de la variable independiente para un mismo valor de la función. No explica cómo hizo con el ángulo dado en grados sexagesimales ya que en la gráfica aparece sólo en radianes. Centra el análisis y los comentarios que hace en que el valor de la función tiene muchas preimágenes y luego explicita que para cada valor del $\sin x$ hay infinitos valores de x y para cada valor de x hay infinitos valores equivalentes a éste.	La hipótesis que tiene es que la ordenada va a duplicarse, aunque es una hipótesis parcial, corresponde a la primera parte del ejercicio y está utilizado el concepto que se requiere. Luego la confirma. Tuvo que preguntar cómo superponer las curvas en un solo gráfico ya que las había hecho separadas, reflexiona sobre lo que hace. Describe en el plano concreto y con ejemplos numéricos la variación de ordenadas, habla de duplicación y hace una tabla comparativa de valores para los máximos, mínimos, amplitud y período. Observa que el valor a le dará la amplitud y con el signo de la función "se fija" si comienza con un máximo ó un mínimo (supongo que se refiere a la parte de la función que corresponde al intervalo $[0, \pi]$, dice que el valor del período es el mismo que para $\sin x$, da por sobreentendido que la gráfica la hace en función de $\sin x$.

<p>29</p> <p>Carlos</p>	<p>No tiene procedimientos o conceptos de los que no pueda precisar el significado y no ha tenido inconvenientes con el uso del software. Describe exhaustivamente la serie de valores de x en los cuales se encuentran los máximos y mínimos de la función. Se refiere sólo al período $[0, 2\pi]$ y lo nombra primer período, de manera que no relaciona el dominio con el concepto de función periódica y con la serie de valores máximos, mínimos y nulos. Indica la serie de valores nulos sólo para ángulos positivos. Generaliza, aunque sea parcialmente, pero no sintetiza en una fórmula aunque no se la haya pedido.</p>	<p>Explica que resuelve el ejercicio moviendo la cruz con el puntero para colocarlo en las coordenadas correspondientes. Utiliza conocimientos anteriores como nombrar los ángulos en términos de π, en grados sexagesimales que no están en la pantalla. Tiene un error en el signo del seno de un ángulo pero posiblemente haya sido por distracción u omisión.</p>	<p>Expresa que confirmó sus hipótesis y sus dudas, pero no dice cuáles son. Tuvo que consultar las indicaciones de uso del programa para saber los pasos a seguir. Para la mejor explicación del procedimiento realiza una tabla comparando las funciones que se le piden graficar con la función básica considerando máximos, mínimos, amplitud ($1/2$), período 2π, no indica que comienza en cero. Describe exhaustivamente el procedimiento de graficación con obtención de coordenadas y basándose en el período. Comienza a graficar desde 0 y toma como unidad de medida a π. Se ayuda con una tabla, donde se equivoca, pero no en el gráfico, parecería que quiere cumplir con la descripción del procedimiento que se le pide pero que está un poco apartado de lo que él hace para graficar, le cuesta describirse, busca la manera que le parece más fácil para que otro grafique, pero no él. Sería bueno preguntarle lo que pensó en ese momento.</p>
<p>30</p> <p>Enzo</p>	<p>Tampoco este alumno observa conceptos o procedimientos que no sepa qué significan ni ha tenido inconvenientes con el software. Explicita los valores de x positivos y negativos para el máximo y el mínimo, generaliza los intervalos donde la función es positiva y negativa tomando intervalos simétricos respecto del eje y. Utiliza conceptos del análisis matemático que posiblemente esté viendo, como intervalo abierto. Extiende los valores de x que son ceros a todo el</p>	<p>Explica el procedimiento en base a marcar coordenadas en un gráfico, busca el lugar que indica la tabla y luego mueve el cursor hasta interceptar el gráfico integrando el uso del software con su experiencia anterior. Tiene un error en la tabla, puede ser una mala aproximación. Responde en general como que tal valor es el seno del ángulo pero no dice de qué ángulo, como si no bajara al plano más concreto. Parece que a muchos alumnos la palabra equivalente les hizo mucho ruido</p>	<p>Su hipótesis es que la ordenada se duplica respecto de $\sin x$. Es una hipótesis parcial que se refiere al primer ítem de la pregunta 3 y la confirma. No tuvo que consultar las indicaciones de uso del programa. Analiza concretamente el cambio de ordenadas (se duplica) y el cambio de signo cuando lo hay. Expresa los valores pedidos aplicando los conceptos de amplitud y período. Realiza una tabla comparativa de esos valores para el intervalo $[0, 2\pi]$, pero no extiende a todo el dominio. Expresa que para graficar</p>

	dominio positivo de la función. Relaciona el concepto de dominio con el signo de la función y con los valores dados en ocasiones.	y no interpretaron todos de la misma manera lo que se les pedía. Usos del lenguaje. Explica que los valores de coordenadas se repiten en varios puntos y relaciona esto con la periodicidad de la función pero no habla de infinitos valores y se refiere sólo a ángulos positivos.	observa el valor de a que determina la amplitud de la gráfica y con el signo observa si comienza en un valor máximo o mínimo como el alumno anterior.
33 Alejandro	No observa conceptos o procedimientos de los que no pueda precisar el significado e indica que en ocasiones tuvo que leer las instrucciones de uso del programa. No relaciona el dominio con los conjuntos numéricos, lo "supone" conocido. Generaliza cómo hallar el máximo: explica que "... + o - n veces el período ...". Lo mismo hace con el mínimo. Utiliza bien el concepto de amplitud. Relaciona los ceros de la función, los intervalos donde la misma es positiva o negativa con el período, habla como sobreentendiendo "primera mitad del período", "segunda mitad del período". Para él el período comienza en un valor nulo de la función, posiblemente por la explicación del libro y del docente (ver en el libro), por lo que no está bien utilizado el concepto de período como en muchos de estos alumnos. También cita los ángulos en términos de π .	Explicita que sigue las instrucciones de manejo del programa para ubicar los valores en la pantalla y leerlos al pie de la página. Tiene el concepto de que la función es la ordenada, no que la función es dominio, codominio y fórmula. Verifica el valor pedido en el primer período (de nuevo el concepto de primer período) pero no puedo relacionar lo que dice con la respuesta matemática porque no está resuelto el ejercicio en la hoja. No nombra ángulos ni conjetura respecto de distintos valores de la variable independiente para el mismo valor de la variable dependiente.	No tuvo que consultar las indicaciones de uso del programa. Explica los valores pedidos en función de la amplitud y el período. Relaciona las ordenadas entre sí con expresiones tales como el doble, el opuesto del doble y lo pone en fórmula, simbólicamente. Utiliza lenguaje simbólico y hay abstracción y síntesis de sus ideas. Describe el procedimiento para graficar $\text{sen } x$ en base al período. los ceros y los valores máximos y mínimos y expresa que a $\text{sen } x$ lo grafica igual teniendo en cuenta que la amplitud es a . Estoy en la duda de si es una síntesis muy bien hecha o un pensamiento superficial.

N° y nombre del alumno	Preguntas y ejercicios del N° 4. a) La intención de la pregunta es "ver" la consulta teórica que hace el estudiante y de alguna manera, la necesidad de la utilización de definiciones o razonamientos sobre el tema para "ligar" la teoría con la práctica. b) Provocar la reflexión acerca de los grados de dificultad, con la intención de que revisen y comparen los procedimientos que ellos mismos realizan. El objetivo matemático es que sintetizen en $2\pi/b$ la obtención del período de la función $\sin bx$ y que describan el procedimiento de graficación de la función.	Preguntas y ejercicios del N° 5 El objetivo de las preguntas que se realizan es que los alumnos describan los procedimientos de resolución, haciendo consciente la teoría aprendida hasta el momento. En lo matemático, es la aplicación efectiva de lo aprendido hasta el momento a través de la descripción y la graficación de una función a mano alzada revisando la aplicación de la síntesis que han realizado en el ejercicio anterior.	Preguntas y ejercicios del N° 6. Las preguntas que se le realizan al alumno tienden a observar sus maneras, sus formas de comprender, con los requerimientos de información y el poder de abstracción para sintetizar en una fórmula lo que sucede, la lectura del texto teórico. En lo matemático, se pretende que el alumno analice los desfases de la función cuando a la variable x se la multiplica por un número y se le suma otro: $\sin(bx+c)$, lo que exige la realización de abstracciones y generalizaciones que no se han mostrado hasta el momento pues se habla de desplazamientos y modificaciones en la construcción debidas a las operaciones a las que se somete a la variable independiente.	En este apartado se intenta describir el perfil del alumno de acuerdo al análisis de las respuestas que ha dado a los ejercicios matemáticos (GM) y a las preguntas que se le han realizado acerca de ellos (PR). Se han tenido en cuenta los procesos de aprendizaje que se relevaron, las estrategias explícitas que se vislumbran y todo otro comentario del que se pueda dar fe a través del material con que se cuenta.
3 Silvana	No ha consultado el libro y expresa que el ejercicio 4 es un poco más difícil de resolver ya que hay que averiguar el período. Se expresa mal al hablar del período, lo coloca como el número que multiplica a la variable independiente, pero luego concluye que el período disminuye de acuerdo al valor de b , dice "...hacemos $2\pi/b$...". Concepto de período: de 0 a 2π , de 0 a π . Hay un error en el planteo del ejercicio por los docentes, se debería haber previsto estudiar la variación del período en función de b , no de la "disminución" del mismo.	Explica que lo resolvió de acuerdo al procedimiento del ejercicio 4b. Obviamente está confundida con el período pues dice que es $\frac{1}{2}$. El gráfico que realiza no tiene coordenadas en el eje x y no está dibujada la función que se pide en el ejercicio. El gráfico no corresponde, tal vez tenga que ver con su propia confusión.	La información le resulta importante. Tiene mal la respuesta en general, no coloca el período y usa mal los conceptos. No hay reflexión notoria sobre los contenidos. Debe haber hecho el gráfico con la computadora.	Recurre a lo concreto para expresar sus ideas, no generaliza con facilidad. A pesar de esto, utiliza lenguaje simbólico para expresar algunas ideas y conceptos pero en la expresión coloquial lo hace con casos particulares. Es como si el camino de lo abstracto a lo concreto le resultara más conocido que el camino de lo concreto a lo abstracto. Interpreta las fórmulas pero no simboliza. Algunos conceptos los aplica mal, no describe los procedimientos generales de construcción sino que coloca una serie de relaciones concretas entre la función que debe graficar y la escritura numérica. Las respuestas carecen de profundidad. Completa todo lo que

				está a su alcance, lo que sugiere que quiere terminar bien el curso. Los contenidos necesarios para los desarrollos teóricos aparecen con dificultades. Reflexiona muy superficialmente sobre lo que hace.	
4	Nélida	No consultó el texto, expresa que el ejercicio 4 es más complicado pero no dice porqué, no hace el esfuerzo de la reflexión. Comienza por la explicación concreta de encontrar el período: entre 0 y 2π hay dos períodos, siendo 2 el número que multiplica a x, luego concluye que si dividimos $2\pi/b$ sabemos hasta qué valor tenemos un período (desde 0), su concepto de período es que éste comienza en cero. Indica que la amplitud no cambia, ahora está bien el concepto de amplitud: a .	Expresa que trabaja de la misma forma que en el punto anterior. Coloca período, amplitud, valor máximo, valor mínimo, pero no grafica. Superficial la respuesta, parece que busca patrones de repetición o esquemas de resolución, o adapta la respuesta anterior a lo que tiene que contestar ahora, no compara ni encuentra similitudes o diferencias que podrían hacer más rica la resolución.	Explica que la fórmula c/b le permite conocer el desfase pero no contesta el resto de la pregunta. Bien el concepto de amplitud, mal el desplazamiento (0,4) cuando en realidad es 2/3. No se puede explicar porqué colocó ese desplazamiento, puede ser una aproximación muy grosera de 0,33 ó de 0,66 que es el desplazamiento en el sentido opuesto. No dice nada respecto del signo negativo que falta en c/b.	En el proceso de resolución logra incorporar bien conceptos que tenía con errores, caracteriza lo concreto y se refiere abruptamente a lo abstracto, no hay intermedios ni aparece un camino desde uno hacia el otro, o se mueve en el plano de lo concreto o lo hace en el abstracto. Casi no se expresa coloquialmente en las generalizaciones. Busca patrones de repetición o esquemas de resolución, no compara ni relaciona respuestas similares, procedimientos generales. Comete errores al resolver y, a pesar de contar con el material teórico, no lo utiliza para cotejar si sus respuestas son correctas o no, si está aplicando bien las definiciones.
5	Mirna	Consultó el texto pero sólo para confirmar si lo que ya había desarrollado estaba bien. Le pareció más difícil el 4 porque tenía que contestar la pregunta del 3 y luego idear el procedimiento, tenía la idea más clara para el ejercicio 3. El procedimiento de construcción lo explica particionando el primer período. En primer lugar relata la construcción de $\sin 2x$, en intervalos donde la curva va por encima del eje x y por	Describe los pasos como si le estuviera hablando a otra persona: cuál es la amplitud, de acuerdo a eso la ordenada y el período, lo cual indica la repetición de los pasos dados hasta ahora y la integración de los mismos en la descripción de la curva. Dice que el primer ciclo es 2π donde la función se hace 0 y cambia	Explica que la información puede ser importante o no, pues al graficar puede observar si el desfase es positivo o negativo. Calcula los elementos período, amplitud, desfase de las funciones. En las conclusiones habla del signo del desfase de $\sin (bx+c)$ respecto de $\sin bx$ pero no habla de su cálculo.	Está muy preocupada por colocar la respuesta que cree que el docente quiere, parece que esto le impide independencia de pensamiento, el expresar lo que piensa ó cómo razonar los problemas. Tal es así que generaliza cuando está segura de que la respuesta es correcta. Se expresa con sus propios códigos, no tiene inconvenientes en ir de lo concreto a lo abstracto y viceversa. En la des-

	debajo, en cuatro intervalos para un período. Sólo expresa que "... sen 2x completa un período cuando sen x sólo abarca el primer ciclo". Parece ser un intento de generalizar a $2\pi/b$ que no explica.	la curvatura. En realidad no describe los pasos para resolverlo sino que repite lo que ha dicho para solucionarlo matemáticamente. No hace el gráfico, parece haber ausencia de metacognición.		cripción de los procedimientos relata lo que hace, no la construcción en función de los objetivos y definiciones, lo que hace que la descripción resulte incompleta. Puede objetivar la importancia de la información para la resolución o construcción de curvas. Aún no es capaz de situarse en un plano metacognitivo para analizar lo que ella misma hace.
7 Mario	No contesta la pregunta sobre los procedimientos. Sólo expresa que el período se hace cada vez más pequeño a medida que aumentamos el valor del producto. El nuevo período se obtiene dividiendo el período de sen x por b y la gráfica se obtiene igual, sólo que alterando el período como se indicó.	No contesta las preguntas. Para la solución matemática describe los valores principales pero no grafica, parece dar por sentado que con esto es suficiente.	No contesta la pregunta. Calcula la amplitud y períodos comunes a la función y dice que el desfase es $c/b = 2/3 = 0,666\dots$ radianes sin el signo (negativo en este caso).	La respuestas aparecen concisas y en muchos casos demasiado sintéticas. No se visualiza el razonamiento que pueda existir en las soluciones. Describe los procedimientos generales con la definición, pero no realiza las construcciones pedidas. Parece que hay resistencia ó incompetencia en completar, describir, justificar, generalizar, usar los lenguajes y notaciones matemáticas correctamente, pero se observa que quiere ser aprobado. Es como que no arriesga a equivocarse.
8 José	Explica que no ha necesitado consultar un libro para resolver y que el n° 3 le resultó más difícil "por ser largo y muy extraño". ¿Qué será medio extraño?. Da valores máximos, mínimos y período para las funciones donde b es un número concreto y dice que el período varió pero no agrega nada más. Parece bajo logro, bastante superficial su respuesta.	Expresa que los pasos son como los anteriores, solo que tiene más elementos (2 y $\frac{1}{2}$) y sin paréntesis, es decir, se refiere a la escritura en la computadora. Para la resolución matemática expresa los máximos, los mínimos y nombra al período como par ordenado (el segundo cero del eje x).	Dice que la información le resultó útil, sino, no sabría de qué se trata dicho desfase. Es decir, interpreto que no extrae conclusiones por su cuenta y riesgo sino que espera que alguien, el docente, un libro, le de la información que necesita. En la resolución matemática calcula el desfase, el período (como lugar donde corta al eje x) y la amplitud (mal de 1 a -1)	Denota falta de organización en el uso de los materiales para el trabajo que realiza, no busca las definiciones ni conceptos para justificar las respuestas. No generaliza ni sintetiza, lo que lo lleva a no completar los problemas donde debe describir los procedimientos. Se mantiene en un plano muy concreto, de casos particulares. No extrae conclusiones por sí mismo, parece que espera que

				alguien, el profesor o los compañeros den la respuesta correcta. Incapaz de mirarse a sí mismo. En algunos casos confunde ó no está claro cuáles son los valores matemáticos que utiliza. Pone voluntad y completa todo lo que puede para tener la guía contestada.	
9	Sergio	No necesitó consultar ningún libro y no le pareció uno más difícil que el otro. Explica que varía el periodo de acuerdo al número "... que se pone acompañando al ángulo". "La amplitud no varía que es lo mismo que decir que la ordenada no varía". Códigos diferentes para expresarse, de acuerdo con el código del docente. para explicar la construcción realiza una tabla con los valores cada de $\pi/2$ para x, $\sin x$ y $\sin bx$ donde escribe los valores para $\sin x$ y para $\sin bx$, coloca $\sin b\pi/2$, $\sin \pi$, $\sin b\pi$, etc como indicando que con eso ya está, que ya se puede dibujar. ¿Son los procedimientos comunes en las materias de matemática a los que alude sin decirlo?	Señala cada número y variable de la fórmula y explica qué es cada una y el efecto que produce (no hay análisis de lo que él mismo dice). En la resolución matemática explica el período, la amplitud e introduce el desfase que aparece como concepto recién en el ejercicio siguiente.	Le parece importante la información porque indica hacia qué parte está corrida la gráfica. Para la resolución matemática calcula la amplitud, el desfase y período de cada una de las gráficas pedidas y en general dice que el desfase es como graficar y = $\sin bx$ y trasladar toda la gráfica al nuevo origen c/b (se olvidó del signo?).	En algunos casos no particulariza la respuesta a los ejercicios que está realizando sino que contesta con la definición, es decir, le basta lo general y lo abstracto. En otros casos, generaliza parcialmente la respuesta. Es capaz de interpretar conceptos desde varios puntos de vista, aún aquellos aspectos que no se están utilizando en el momento. Es preciso en sus respuestas y en la utilización de conceptos y da a entender los procedimientos que se le piden con herramientas disciplinares y simbólicas, no en lenguaje coloquial. En algunos casos se expresa con sus propias palabras para explicar una variación ó una resolución general.
12	Cristian	No ha necesitado consultar un libro para resolver este ejercicio pero explicita que el 3 le resultó más complicado porque posee valores negativos en la función seno, ¿será que no vio ningún valor negativo hasta ahora?. Dice que los máximos y mínimos varían con respecto a x, interpreto que varían la posición de los máx. y mínimos pero no su valor, (códigos).	Los pasos con los que describe el procedimiento son las acciones con las que ejecuta el programa, escribe que lo hace como indican los apuntes. En lo matemático sólo escribe la amplitud y el período.	Explica que necesita la información para poder realizar el gráfico correctamente pues desconoce otra forma de plantearlo. Período de 0 a 2,09. El concepto de amplitud no hace alusión al módulo de a. Coloca el desfase correctamente y utiliza bien la información. En general escribe poco.	Las respuestas aparecen muy sintéticas e incompletas, sin justificaciones ni procedimientos generales. Da cuenta de mala organización para las cuestiones del estudio dado que no corrige sus propios errores. Las resoluciones que presenta son incompletas y superficiales, no hay indicios de generalizaciones y menos aún de

	También varía el período. En realidad no resuelve el ejercicio.			poder ser crítico con él mismo. Es un caso difícil de analizar pues escribe poco.
15 Elizabeth	Ha necesitado consultar el libro sobre la gráfica y $y = \sin bx$ para luego extraer conclusiones. Las explicaciones para la función concreta son muy confusas, no se comprende lo que quiere expresar, en algunas oportunidades utiliza una notación muy personal. Parece haber problemas de madurez en las expresiones. Explica que graficaría haciendo una tabla, dando valores a x y ubicando los valores de la función en la tabla. No explicita nada respecto del período aunque todas las preguntas se refieren a ello. La conclusión es la conclusión para el ejercicio 3, no para el 4, pues no explicita nada acerca del período de $y = a \sin bx$, sólo menciona la amplitud.	Describe los pasos para graficar la función en la computadora, obviamente no entendió lo que se le pedía. Para la resolución matemática escribe la amplitud (concepto erróneo), el período y el desfase. No hace el gráfico.	Le parece importante la información porque indica cuánto está corrida la gráfica hacia la izquierda, parece ser que la gráfica se corre sólo hacia la izquierda para este alumno. Calcula los valores período, amplitud y desfase. Explica que el desplazamiento es a la derecha ó a la izquierda dependiendo de que b y c tengan signos iguales o desiguales. Las conclusiones tienen ciertos problemas de coherencia o de mala redacción y son un resumen de la teoría tratada.	Sus respuestas tienen errores conceptuales importantes aunque aparecen cuidadas en su forma. Denota la utilización del material teórico para que las respuestas sean correctas pero a la hora de aplicar las definiciones comete errores, sus explicaciones y conclusiones son confusas. No puede generalizar, sus descripciones de procedimientos son exclusivamente acciones concretas con problemas de coherencia. Las conclusiones son un resumen de la teoría tratada, no hay aportes o interpretaciones personales. Quiere tener bien las respuestas pero no logra profundizar en los conceptos tratados.
16 Eduardo	No contesta la pregunta. Para la función dice que el período varía y la amplitud no pero no está el resultado.	No responde la pregunta. En la resolución matemática explicita que el período aumenta al doble y la amplitud será ± 2 (mal concepto). No hace el gráfico.	No contesta la pregunta. Para resolver matemáticamente calcula el período (0 a 2,09), amplitud: de a y el desfase para cada una de las funciones. Respecto de generalizaciones o síntesis no hace nada.	Las respuestas aparecen muy descuidadas e incompletas. Utiliza mal las definiciones, las tiene mal incorporadas aunque explicita que entiende todos los conceptos. No resuelve muchos de los ejercicios con lo que, en realidad, no se puede dar cuenta de procesos de generalización y abstracción, sí de mala organización para el estudio. No parece haber una actitud crítica, "mirarse a sí mismo".
17	No realizó consulta con el texto. Notó el mismo grado de dificultad en ambos puntos. Le resultó difícil hacer las conclusiones.	Dice que analiza la amplitud, el período y luego esboza la gráfica. En la resolución matemática hace eso	El alumno expresa que si se aclara el signo, se informa sobre el corrimiento, parece que está enojado porque hay un error de tipeo en las instrucciones del	Está bien organizada desde el comienzo del trabajo, con todos los materiales y además con calculadora a pesar de que dice no

Mariana	<p>Explica que varían las abscisas para las mismas ordenadas, que los períodos se calculan dividiendo el período de $\text{sen } x$ por b y escribe los intervalos correspondientes a las funciones. $[0, 2\pi/b]$.</p> <p>Encuentra un procedimiento no convencional: divide por b cada ordenada, ya que las ordenadas no varían. El procedimiento es genuino, original, no está en los libros.</p>	<p>y luego grafica. Aplica muy bien los conceptos tratados, no comete errores.</p>	<p>trabajo práctico, por supuesto que para ellos los profesores no pueden cometer errores, deben ser perfectos. Cita el período como intervalo comenzando en cero. Ya escribe radianes aproximados con soltura, coloca 2,09 en lugar de $2\pi/3$. Para la función $\text{sen}(3x+2)$ dice desde dónde hasta dónde va el período, esto le permite decir que la función $\text{sen } 3x$ "se corrió", no cita su extensión ni relaciona el "desfase con el período a pesar de que cita a éste como intervalo.</p> <p>En la función general $y = \text{sen}(bx+c)$ discute acerca del signo de c/b y su relación con el "desplazamiento" de la función, lo que justamente está relacionado con el error de tipeo.</p>	<p>haber utilizado el texto teórico en los primeros ejercicios. Realiza un buen análisis de los procedimientos que ella misma hace y los describe exhaustivamente en casos particulares y en general dando cuenta de procesos de generalización. Justifica lo realizado con herramientas disciplinares. Incorpora en sus explicaciones lenguaje computacional. Es exigente y espera mucho de sus profesores. Sus elaboraciones y descripciones de procedimientos son originales y utiliza lenguajes matemáticos acordes.</p>
24 Raúl	<p>No contesta las preguntas. Para las funciones concretas da los períodos y los valores máximos y mínimos. Sigue mal el concepto de amplitud. Interpreta a y b como si fuera a del apartado anterior a pesar de que escribe bien algunos períodos en las funciones concretas, por lo que, obviamente, no pudo generalizar en una fórmula, sintetizar la información.</p>	<p>No responde la pregunta. En la respuesta matemática explicita los valores máximos, mínimos, escribe el período como intervalo y también la amplitud (parece ser desde donde hasta donde va el mismo), igual error de concepto que el señalado anteriormente con el período.</p>	<p>No contesta la pregunta. Calcula sólo períodos y amplitud. El período de la función $\text{sen}(3x+2)$ está mal, incluso dice que éste varía y no lo hace, es como si se mezclaran los conceptos de período y corrimiento. El concepto de amplitud sigue escribiéndolo como intervalo, parece ser otra forma de aludir al codominio. . No hay ninguna conclusión ni cálculo sobre el desfasaje.</p>	<p>No contestó las preguntas que se realizaron. En un encuentro circunstancial se le preguntó porqué y respondió que creía que no había que hacerlo, no debe haber leído las preguntas pues son muy explícitas. No utiliza bien los conceptos nuevos, los confunde, incluso con conceptos ya vistos, obviamente le falta organización para realizar lo que se le pide. Deja muchos ítem sin resolver, es decir, contesta sólo los problemas y ejercicios que son casos particulares sin generalizar los procedimientos de construcción pedidos.</p>
25	No hace nada.	No responde	No responde	Contesta la mitad de la guía de matemática, lo que habla de un logro muy bajo ó no le interesa contestar esta guía. Sintetiza en

Francisco				fórmulas las respuestas del primer ejercicio, es posible que haya cursado matemática en algún otro lado. Parece ser muy capaz de generalizar pero es como si hubiera perdido el interés.
28 María Fernanda	No ha necesitado consultar un libro y dice que el 4 es más difícil de explicar. Para la función concreta hace una tabla donde coloca máximo, mínimo, amplitud y período. Expresa que para hacer la gráfica calcula el período como $2\pi/b$ "... ya que la amplitud es la misma que en $y = \text{sen } x$ ".	Describe los pasos para resolverlo determinando los valores claves, los escribe teóricamente: amplitud, período, valores máximos y mínimos. Para la resolución matemática escribe esos valores pero no grafica.	La información de que el desfase es $-c/b$ le parece importante porque así puede saber cuánto y hacia que lugar se corre la gráfica. (Resistencia a buscar las propias conclusiones). Hace los cálculos del período y el desfase de las funciones, grafica, no extrae conclusiones ni hace comentarios sobre la función general $y = \text{sen}(bx+c)$.	Utiliza bien los conocimientos que ya tiene de los conceptos matemáticos. Describe procedimientos generales que están estrechamente ligados a su manera de resolver, paso a paso. Generaliza describiendo y calculando teóricamente valores claves que le sirven para graficar y contestar las preguntas que se le hacen. Utiliza la información dada en el texto pero no parece que buscara especular con otra solución u otro camino, sigue las indicaciones.
29 Carlos	No ha necesitado ningún libro, dedujo los pasos de los gráficos que realizó con el programa. Le resultó más difícil el ejercicio 4 <u>porque</u> tiene que idear un procedimiento. Para las funciones concretas hace una tabla donde coloca los puntos sobresalientes aclarando que éstos son los mismos para las tres funciones y que el período varía. Esta variación la explica en función de los "ciclos" que cumple la función, se refiere a los giros de los ángulos, lo explica así: $\text{sen } 2x$ realiza dos giros cuando $\text{sen } x$ realiza uno y $\text{sen } 3x$, 3. Explica exhaustivamente la obtención de la función $\text{sen } bx$ realizando una tabla de valores para los ángulos más importantes y encontrando el período	Describe un procedimiento muy general que podría ser para cualquier función o su metodología de estudio, donde comienza dando valores a x , luego lee los apuntes y después dibuja la gráfica. Resolución matemática: coloca los valores: amplitud, máximos, mínimos, período, y grafica colocando en el mismo gráfico $\text{sen } x$ (dos períodos comenzando desde cero) y la función que nos ocupa (un solo período comenzando desde cero).	La información le parece importante pues mediante ella sabe cuánto es el corrimiento de una gráfica respecto de otra. Calcula período, amplitud (bien concepto) y desfase de las funciones donde b y c son números concretos. Compara la función general $\text{sen}(bx+c)$ con $\text{sen } bx$ en la cual realiza una discusión acerca del período y el desfase. Explica el cambio de posición con el reemplazo de la variable x por $x - c/b$ en la segunda ecuación, lo que hará coincidir las gráficas. Discute también el desplazamiento hacia la derecha o hacia la izquierda dependiendo de los signos de b y c . La explicación que realiza está basada en el mismo razonamiento que figura en el texto teórico, creo que lo entiende y lo	Muestra preocupación por contestar correctamente. Es organizado en el uso de los materiales que se le han entregado para consulta teórica ó de instrucciones de uso de software y esto es una ayuda a la hora de aplicar los conceptos nuevos. Generaliza los procedimientos y las respuestas, para describir las graficaciones utiliza herramientas matemáticas y las instrucciones del texto teórico, Parece buscar la manera de explicar lo que hace, no sólo de describirlo. Sus explicaciones son muy cuidadas y similares a lo que lee en el texto, como si quisiera conservar la forma explicativa. Es capaz de expresar las dificultades

	como $2\pi/b$. Generaliza la expresión anterior diciendo que cuando x va de 0 a $2\pi/b$, bx va de 0 a 2π y $\sin bx$ recorre un período completo. Hace un gráfico general colocando los ángulos en el eje x en función de b .		puede aplicar pero se quiso asegurar de que estuviera bien.	que tuvo y describir lo que le ha resultado fácil.
30 Enzo	No ha consultado un libro y le resultó más difícil el ejercicio 3 por ser "más largo". Será que no entendió la consigna. Hace una tabla como los alumnos anteriores. Explica que para obtener la gráfica, la amplitud se mantiene siempre igual, luego obtiene el valor del período "... con la fórmula $2\pi/b$, lo cual nos demuestra que cuanto mayor es el valor de b , menor será el período y viceversa ...". No relaciona la fórmula con la velocidad de crecimiento de bx . Parece utilizar la memoria y resistirse a crear métodos propios para evaluar metodologías o razonamientos.	Los pasos para resolverlo que explicita el alumno son: calcular la amplitud y el período y comparar con la función $\sin x$. En la resolución matemática hace eso, calcula la amplitud y el período, los máximos y mínimos, pero tiene un error: expresa que el período se cuadruplica cuando no es así. Describe bien el resto del procedimiento. Hace una descripción correcta de lo que realiza y de los procedimientos que utiliza.	La información le parece importante porque calculando el desfase se puede obtener lo que se desplaza la gráfica y hacia qué lugar. Calcula la amplitud, el período y el desfase de la función con b y c números concretos y organiza la información en una tabla de doble entrada. Respecto a la función general, discute acerca del signo y su relación con el desplazamiento: hacia la derecha o hacia la izquierda. No dice nada acerca de su magnitud.	Aplica los conceptos nuevos a las resoluciones relacionándolos con los contenidos de otras asignaturas. Generaliza las construcciones pedidas utilizando las fórmulas que se le dan, no explica los procedimientos. Comete errores que pueden explicarse por la utilización exclusiva de la fórmula sin que a esta utilización la acompañe la explicación de lo que está haciendo. No crea métodos propios para evaluar metodologías o razonamientos. Posiblemente este hecho esté relacionado con la suposición de que el docente quiere esa respuesta.
33 Alejandro	Ha necesitado consultar un libro para el período que explicita. Dice que se siguen iguales procedimientos y se permite comparar ambos procedimientos, pero no dice cuál es más difícil. Explica que lo que varía es el período y que $\sin 2x$ cumple 2 períodos cuando $\sin x$ cumple 1 y $\sin 3x$, 3. Para describir el procedimiento dice que modificaría el período en razón de $2\pi/b$ y considerando amplitud, máximo, mínimo y puntos nulos. No explica en general la variación del período en función de $2\pi/b$.	No describe los pasos pues parece que no entiende lo que se solicita. Para la resolución matemática compara los valores con el $\sin x$ y explicita el período en términos de recorrido como en el caso anterior: "... cuando se cumple un período de $y = \sin x$ sólo se cumple la mitad del período ..." (de la función pedida).	Si la información no se diera, le resultaría muy dificultoso responder porque el período está desplazado "... y en general, tener que inventar $-c/b$...". Calcula período y corrimiento con la fórmula. Para la función general, sólo dice que se desplaza $-c/b$.	Sintetiza y generaliza la información explicando en lenguaje coloquial variaciones típicas de los temas tratados a pesar de no explicitar claramente los procedimientos que realiza y cuando lo hace, se refiere a los pasos particulares dando por sobreentendido que la persona que lea la explicación va a entender. Utiliza lenguaje simbólico y puede trabajar los conceptos desde varios puntos de vista. Considera posible encontrar fórmulas explicativas aunque, dice, le puede resultar difícil.

PREGUNTAS QUE SE LE REALIZARON A LOS ALUMNOS SOBRE TODA LA GUÍA:

Alumno N°	DIFICULTADES	LO QUE LE RESULTÓ FÁCIL	UTILIZACIÓN DEL TEXTO TEÓRICO	USO DE CALCULADORA
3	El ejercicio 6.	Los primeros puntos	Para recordar definición de amplitud.	Si, para controlar algunos resultados.
4	No tuvo dificultad	Muy fácil de resolver todo.	Aclarar dudas sobre la amplitud.	Si, para pasar valores del sistema sexagesimal al circular.
5	El n° 2, tuvo que tomar la calculadora para calcular los valores.	Período, amplitud, desfase, las gráficas en computadora.	No utilizó el texto teórico.	Si, ejercicio2.
7	No responde	No responde.	No responde.	No responde.
8	Con el desfase	Casi todo, es divertido y uno aprende con ganas.	Si, para poder graficar sin problemas.	Si, para sacar resultados del ejercicio 2: raíces, grados, etc.
9	No responde.	Graficar las funciones y conocer los distintos valores que tomaba.	No responde.	Si, para calcular desfase c/b y en otro dice - c/b, lo que comprueba con calculadora.
12	No se acordaba del tema pero lo solucionó razonando.	Las funciones y los gráficos con computadora.	No responde.	Si, para precisar algunos valores.
15	De sintaxis, al escribir las funciones en la computadora.	Gráficas superpuestas.	Si, para sacar conclusiones del ejercicio 4.	No responde.
16	No responde	No responde.	No responde.	No responde.
17	No tuvo serias dificultades.	Conocer las coordenadas de cada punto de las funciones.	Para recordar el concepto de desfase.	Sí, para corroborar algunas coordenadas.
24	No responde.	No responde.	No responde.	No responde.
25	No responde.	No responde.	No responde.	No responde.
28	Ninguna	No responde.	Si, para ver información sobre desfase.	Si, para pasar ángulos sexagesimales a radianes.
29	Idear procedimientos para poder graficar una función.	Responder las preguntas sobre periodos, amplitud, máximos y mínimos.	Cuando tenía que idear un procedimiento para graficar funciones.	Si, para verificar los valores obtenidos mediante la computadora.
30	Ninguna.	Utilizar la computadora.	Si, para obtener el desfase.	Si, para calcular los valores de x.
33	Al principio manejarse con la computadora y lo solucionó al practicar mientras trabajaba.	Responder lo teórico.	Sólo para consultar el período $P = 2\pi/b$.	Para cambiar valores de grados a radianes.

ANEXO

3

RESULTADOS DE LOS
PERFILES PROTOTÍPICOS
SEGÚN EL CEPEA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES - UNCA

Carreras de Matemática - Fecha: 24/10/00

PERFILES PROTOTÍPICOS DE LOS ALUMNOS SEGÚN EL CEPEA

Nº	Nombre	Edad	MS/7	MP/7	ML/7	EsS/7	EsP/7	EsL/7	Cu rso	ES	EP	EL	C P-L	C S-L
1	Francisca del Pilar	37	3.71	4.57	3.14	2.71	4	4.28	2	3.21	4.29	3.71	4	3.46
2	Paola Andrea	22	4.29	4.57	3.29	2.43	4	3.86	2/3	3.36	4.29	3.56	3.93	3.46
3	Silvana	22	3	3.14	2.71	2.85	2.28	3.14	3	2.92	2.71	2.93	2.82	2.93
4	Silvana	29	4.14	4	3.57	3.14	4	4.43	2	3.64	4	4	4	3.82
5	Mirna	23	3.85	4.14	3.29	2.71	3.71	3.57	2	3.28	3.93	3.43	3.68	3.36
6	Cristina	24	3.57	4	2.43	2.86	3.59	2.43	2/3	3.22	3.80	2.43	2.72	2.83
7	Mario	36	3	3.71	2.85	2.29	3.42	3.71	2	2.65	3.57	3.28	3.43	2.97
8	José	21	3.71	3.85	3.85	2.87	3.57	4	1	3.14	3.71	3.93	3.82	3.54
9	Sergio	21	3.71	2.57	4.14	2.29	4.57	3.14	2	3	3.57	3.64	3.61	3.32
10	Carla	19	3.71	2.85	2.71	3.14	3.14	3	2	3.43	3	2.86	2.93	3.15
11	Lucía	19	3.71	3.28	2.71	2.71	3.71	4.28	2	3.21	3.50	3.50	3.50	3.35
12	Cristian	20	3.42	4.28	2.85	3.14	3.85	3.85	2	3.28	4.07	3.35	3.71	3.32
13	Dorita	19	3.85	3.57	3.14	2.85	3.42	4.14	2	3.35	3.50	3.64	3.57	3.50
14	Carolina	20	3.42	3.57	4	3.57	2.85	3.29	2	3.50	3.21	3.65	3.43	3.58
15	Elizabeth	19	4	3.71	3.57	2.71	3.42	4	2	3.36	3.57	3.79	3.68	3.58
16	Eduardo	20	3.29	3.71	3	2.57	4	3	2	2.93	3.86	3	3.43	2.97
17	Mariana	25	2.85	3.85	3.57	3	3.42	4	2	2.93	3.64	3.79	3.72	3.36
18	Mónica del Valle	20	4	3.71	3.57	2.71	3.71	3.42	2	3.36	3.71	3.50	3.60	3.43
19	Analía	21	3.57	3.71	3	3.14	4	3.42	2	3.36	3.86	3.21	3.54	3.29
20	Eliana	19	3.42	3.85	2.71	3.14	3	3.71	2	3.28	3.43	3.21	3.32	3.25
21	Albino	34	4.14	3	3.29	2.57	2.85	3.14	3	3.36	2.93	3.22	3.08	3.29
22	Marcelo	23	4	3.71	2.71	3	3.57	3.25	2	3.5	3.64	3.28	3.46	3.57
23	Karing	24	4.43	1.85	2.43	3.57	3.29	3.71	1	4	2.57	3.07	2.82	3.54

24	Raúl	24	3.42	4	2.43	2.85	4.14	4	1	3.14	4.07	3.22	3.65	3.18
25	Francisco	24	3.14	4.28	2.29	1.86	4.14	3.42	3	2.50	4.21	2.86	3.53	2.68
26	Mónica	23	3.71	4.28	2.43	3	3.29	2.71	2	3.35	3.79	2.57	3.18	3.04
27	Daniela del Valle	23	3.57	3.29	2.85	3.42	3.14	3.42	1	3.5	3.22	3.14	3.18	3.32
28	María Fernanda	19	2.86	2.86	4	2.28	3.57	3.71	1	2.57	3.22	3.86	3.54	3.22
29	Carlos	18	4.28	3.86	4.14	2.71	3.71	4.57	1	3.5	3.79	4.36	4.08	3.93
30	Enzo	20	4.28	3	2.71	3.57	3.14	2.85	1	3.93	3.07	2.78	2.93	3.36
31	Silvia	22	3.86	3.29	2.29	3	3	3.57	1	3.43	3.15	2.93	3.04	3.18
32	Flavia	18	4.43	3	3.71	3.57	1.29	3.29	1	4	2.15	3.5	2.83	3.75
33	Alejandro	21	2.85	3.14	2	2.43	3.14	3.29	1	2.64	3.14	2.65	2.90	2.65
X	Promedio de valores		3.66	3.53	3.00	2.91	3.40	3.52		3.28	3.47	3.27	3.36	3.29
$\sigma_{(n-1)}$	Desvío estándar (n-1)		0.43	0.65	0.53	0.40	0.62	0.48		0.34	0.54	0.39	0.38	0.28
$X+\sigma_{(n-1)}$	Prom. + 1 desvio		4.09	4.18	3.53	3.31	4.02	4		3.62	4.01	3.66	3.74	3.57
$X-\sigma_{(n-1)}$	Prom - 1 desvio		3.23	2.88	1.94	2.51	2.78	3.04		2.94	2.93	2.88	2.98	3.01

Los alumnos con números en azul son los que no han terminado el curso, por lo que no han entregado la Planilla de Respuestas.

Nº	Nombre	Edad	TENDENCIA SEGÚN BAREMOS	Según Baremos muestra total España			Según Baremos muestra de Ciencias España		
				Perfiles	Enf.	Comb. PL - SL	Perfiles	Enf.	Comb. PL - SL
1	Francisca del Pilar	37	Profundo logro	(00++0+)	(0++)	(++)	(00++0+)	(0++)	(+0)
2	Paola Andrea	22	Profundo logro	(+0++0+)	(0++)	(++)	(+0++00)	(0+0)	(+0)
3	Silvana	22	Superficial	(000-00)	(0-0)	(00)	(-00-00)	(0-0)	(00)
4	Silvana	29	Profundo Logro	(+0++++)	(+++)	(++)	(+0++++)	(+++)	(++)
5	Mirna	23	Profundo	(00++00)	(0+0)	(+0)	(00+000)	(0+0)	(00)
6	Cristina	24	Bajo logro	(00+00-)	(0+-)	(00)	(00+00-)	(00-)	(-0)
7	Mario	36	Logro	(00000+)	(000)	(00)	(-00000)	(-00)	(00)
8	José	21	Logro dominante	(0000++)	(00+)	(++)	(0000++)	(00+)	(++)
9	Sergio	21	Profundo logro	(00-++0)	(00+)	(+0)	(00-++0)	(000)	(00)
10	Carla	19	Superficial	(000000)	(000)	(00)	(000000)	(000)	(00)
11	Lucía	19	Profundo logro	(000+0+)	(00+)	(00)	(00000+)	(000)	(00)
12	Cristian	20	Profundo logro	(00++0+)	(0+0)	(+0)	(00++00)	(0+0)	(+0)
13	Dorita	19	Logro	(00000+)	(00+)	(++)	(00000+)	(00+)	(0+)
14	Carolina	20	Superficial logro	(0+00+0)	(+0+)	(0+)	(0+0++0)	(00+)	(0+)
15	Elizabeth	19	Logro o superficial logro	(+000++)	(00+)	(++)	(0000++)	(00+)	(0+)
16	Eduardo	20	Profundo	(000+00)	(0+0)	(00)	(000+00)	(0+0)	(00)
17	Mariana	25	Logro dom. tiende prof.	(-000++)	(00+)	(00)	(-000++)	(00+)	(00)
18	Mónica del Valle	20	Logro dom , tiende sup.	(+00++0)	(00+)	(++)	(+000+0)	(000)	(00)
19	Analia	21	Profundo	(000+00)	(0+0)	(00)	(000+00)	(0+0)	(00)
20	Eliana	19	Tiende logro dominante	(00000+)	(000)	(00)	(000000)	(000)	(00)
21	Albino	34	Superficial logro	(+00+00)	(000)	(00)	(+00+00)	(000)	(00)
22	Marcelo	23	Superficial logro	(+00000)	(+00)	(0+)	(000000)	(000)	(0+)
23	Karing	24	Superficial logro	(++-00+)	(+00)	(0+)	(++-000)	(+-0)	(0+)
24	Raúl	24	Prof. tiende a prof. Logro	(00++0+)	(0+0)	(+0)	(00++0+)	(0+0)	(00)
25	Francisco	24	Profundo	(0-++00)	(-+0)	(00)	(0-++00)	(000)	(0-)
26	Mónica	23	Prof. (tiende bajo log.)	(00+000)	(00-)	(00)	(00+000)	(00-)	(00)

27	Daniela del Valle	23	Superficial	(000000)	(+00)	(00)	(0+0000)	(000)	(00)
28	María Fernanda	19	Logro profundo	(0000++)	(-0+)	(00)	(--00+0)	(-0+)	(00)
29	Carlos	18	Logro profundo, Logro	(+00+++)	(+++)	(++)	(+000++)	(00+)	(++)
30	Enzo	20	Superficial	(++0000)	(+00)	(00)	(++0000)	(+00)	(00)
31	Silvia	22	Superficial logro	(000000)	(000)	(00)	(000000)	(000)	(00)
32	Flavia	18	Superficial logro	(++0-+0)	(+-0)	(0+)	(++0-00)	(+-0)	(0+)
33	Alejandro	21	Prof. (tiende bajo logro)	(-000-0)	(-00)	(0-)	(-000-0)	(-00)	(0-)
Correcciones finales: 10 de diciembre de 2002									